

制动器试验台的控制方法分析

摘 要

本文针对制动器试验台的控制方法问题,运用能量守恒原理与转动定律,基于电模拟惯量补偿方法,建立了制动器驱动电流随飞轮转动角速度变化的关系线性回归模型。本文建立了以下模型,并通过模型对题给问题进行了求解与分析。

模型 I 对问题 1 建立了等效转动惯量的求解模型。并求得问题的等效转动惯量为 $51.9353(kg \cdot m^2)$ 。

模型 II 对问题 2 建立机械惯量的组合及电动机补偿惯量的求解模型。采用物理学中转动物体质量与物体惯量转换的知识,用微积分的方法求得三个飞轮的转动惯量,并得到飞轮和基础惯量组合的机械惯量共有八种不同的值(具体组合方案参照下表 5-1)。对于问题 1 中得到的等效转动惯量,需要用电动机补偿的惯量为 $11.9270kg \cdot m^2$ 或 $-18.0813kg \cdot m^2$ 。

模型 III 对问题 3 建立了驱动电流依赖于可观测量的模型,通过能量之间转化关系构建在第 i 时段驱动电流依赖于可观测量转速的模型为

$$I_i = kM_{ei} = \frac{k(J_d - J_j) \cdot (\omega_i^2 - \omega_{i+1}^2)}{2(\omega_0 - \beta)\Delta t},$$

由该模型得到的不同时间点电流和转速的观测值,利用观测值拟合出驱动电流 I 和该时刻转动轴转动角速度 ω 之间的关系

$$I = -\frac{8.49}{\omega} + 174.8252,$$

并给出了在该问条件下的驱动电流大小约为 $174.6A$ 。

模型 IV 针对问题四中用某种控制方法试验得到的数据从不同角度给予了分析,给出了相应的解释,重点计算了能量误差的大小,即路试时的制动器与相对应的实验台上制动器在制动过程中消耗的能量之差,得到的相对误差为 5.58% ,判断出此控制方法可行。

模型 V 针对问题五中要按照第 3 问导出的数学模型,给出一个计算机控制方法能根据前一个时间段观测到的瞬时转速,设计出本时间段电流值。我们建立递推拟合模型,根据第三问中得到的电流变化情况,拟合出电流与它前一时刻瞬时转速的函数关系,利用此关系来控制电流,得到了一种计算机控制方法,并用能量误差对此控制方法进行了评价。

模型 VI 对问题 5 的建立的模型作了误差分析,给出了模型 V 中的计算结果与真实值比较偏小的结论。

关键词: 制动器实验台; 转动惯量; 驱动电流; 扭矩; 飞轮转速; 控制方法

§ 1 问题的提出

1.1 背景知识

为了检测制动器的综合性能，需要在各种不同情况下进行大量路试。但是，车辆设计阶段无法路试，只能在专门的制动器试验台上对所设计的路试进行模拟试验。模拟试验的原则是试验台上制动器的制动过程与路试车辆上制动器的制动过程尽可能一致。通常试验台仅安装、试验单轮制动器，而不是同时试验全车所有车轮的制动器。制动器试验台一般由安装了飞轮组的主轴、驱动主轴旋转的电动机、底座、施加制动的辅助装置以及测量和控制系统等组成。被试验的制动器安装在主轴的一端，当制动器工作时会使主轴减速（制动器试验台如下图 1-1 所示）。

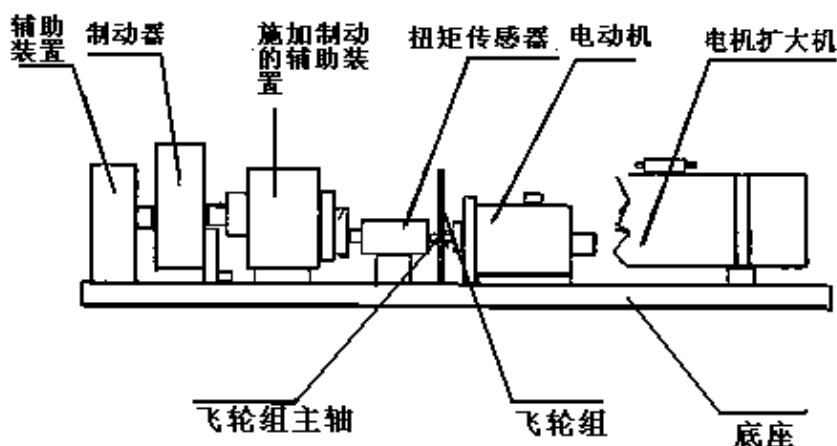


图 1-1

试验台工作时，电动机拖动主轴和飞轮旋转，达到与设定的车速相当的转速(模拟实验中，可认为主轴的角速度与车轮的角速度始终一致)后电动机断电同时施加制动，当满足设定的结束条件时就称为完成一次制动。

路试车辆的指定车轮在制动时承受载荷。将这个载荷在车辆平动时具有的能量（忽略车轮自身转动具有的能量）等效地转化为试验台上飞轮和主轴等机构转动时具有的能量，与此能量相应的转动惯量(以下转动惯量简称为惯量)在本题中称为等效的转动惯量。试验台上的主轴等不可拆卸机构的惯量称为基础惯量。飞轮组由若干个飞轮组成，使用时根据需求选择几个飞轮固定到主轴上，这些飞轮的惯量之和再加上基础惯量称为机械惯量。

一般假设试验台采用的电动机的驱动电流与其产生的扭矩成正比（本题中比例系数取为 $1.5 A/N \cdot m$ ）；且试验台工作时主轴的瞬时转速与瞬时扭矩是可观测的离散量。

由于制动器性能的复杂性，电动机驱动电流与时间之间的精确关系是很难得到的。工程实际中常用的计算机控制方法是：把整个制动时间离散化为许多小的时间段，比如 $10m \cdot s$ 为一段，然后根据前面时间段观测到的瞬时转速与/或瞬时扭矩，设计出本时段驱动电流的值，这个过程逐次进行，直至完成制动。

1.2 相关试验数据

试验台工作时主轴的瞬时转速与瞬时扭矩数据（见附录一中附表 1）

1.3 要解决的问题

1. 问题一：转动惯量的求解问题

设车辆单个前轮的滚动半径为 0.286 m ，制动时承受的载荷为 6230 N ，求等效的转动惯量。

2. 问题二：机械惯量的组合及电动机补偿惯量的求解问题

设飞轮组由 3 个外直径 1 m 、内直径 0.2 m 的环形钢制飞轮组成，厚度分别为 0.0392 m 、 0.0784 m 、 0.1568 m ，钢材密度为 7810 kg/m^3 ，基础惯量为 $10\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ，问可以组成哪些机械惯量？设电动机能补偿的能量相应的惯量的范围为 $[-30, 30]\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ，对于问题一中得到的等效的转动惯量，需要用电动机补偿多大的惯量？

3. 问题三：电动机驱动电流依赖可观测量的模型建立问题

建立电动机驱动电流依赖于可观测量的数学模型。

在问题 1 和问题 2 的条件下，假设制动减速度为常数，初始速度为 50 km/h ，制动 5.0 s 后车速为零，计算驱动电流。

4. 问题四：对所给方法执行结果的评价问题

对于与所设计的路试等效的转动惯量为 $48\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ，机械惯量为 $35\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ，主轴初转速为 514 转/分钟 ，末转速为 257 转/分钟 ，时间步长为 10 ms 的情况，用某种控制方法试验得到的数据见附表。请对该方法执行的结果进行评价。

5. 问题五：计算机控制方法的设计问题

按照第 3 问导出的数学模型，给出根据前一个时间段观测到的瞬时转速与/或瞬时扭矩，设计本时间段电流值的计算机控制方法，并对该方法进行评价。

6. 问题六：对问题五中方案设计的改进问题

第 5 问给出的控制方法是否有不足之处？如果有，请重新设计一个尽量完善的计算机控制方法，并作评价。

§ 2 问题的分析

2.1 相关背景知识的介绍

汽车的行车制动器（以下简称制动器）联接在车轮上，它的作用是在行驶时使车辆减速或者停止。制动器的设计是车辆设计中最重要的一环之一，直接影响着人身和车辆的安全。为了检验设计的优劣，必须进行相应的测试。在道路上测试实际车辆制动器的过程称为路试，其方法为：车辆在指定路面上加速到指定的速度；断开发动机的输出，让车辆依惯性继续运动；以恒定的力踏下制动踏板，使车辆完全停止下来或车速降到某数值以下；在这一过程中，检测制动减速度等指标。假设路试时轮胎与地面的摩擦力为无穷大，因此轮胎与地面无滑动。

2.2 对问题的具体分析和处理办法

1. 对问题一的分析

问题一是在已知车辆单个前轮滚动半径和制动时承受的载荷条件下，求等效的转动

惯量。

题目告知我们车辆平动时具有的能量等效转化为试验台上各机构转动时具有的能量，因此我们考虑用能量守恒的方求解，并依据物理动力学知识，我们就对等效转动惯量进行求解。

2. 对问题二的分析

问题二要求机械惯量的组合方法和需要用电动机补偿惯量的大小。考虑首先根据已知条件计算出三种飞轮各自的转动惯量，然后进行三种飞轮的惯量组合便可以得到不同的多个机械惯量值。结合等效转动惯量与所组合的机械惯量差值以及发动机能够提供的惯量的变化范围，即可确定出需要用电动机补偿的惯量大小。

3. 对问题三的分析

问题三要求建立电动机驱动电流依赖于可观测量的数学模型，并依据已知条件求解驱动电流的大小。考虑用能量守恒定律等物理知识计算出单位时间上电动机所对应提供的电流大小和该时刻飞轮的转动角速度，通过作出他们的散点图像，可以用线性回归拟合出电流和飞轮角速度的关系函数。

4. 对问题四的分析

问题四要求对所给方法执行的结果进行评价并分析。对某种控制方法进行分析，就是要通过对某种控制方法试验得到的数据进行分析，看试验台上制动器的制动过程与路试车辆上制动器的制动过程是否一致。而评价控制方法优劣的一个重要数量指标是能量误差的大小，即所设计的路试时的制动器与相对应的实验台上制动器在制动过程中消耗的能量之差。通过能量误差的大小来看试验台上制动器的制动过程是否有效模拟了路试车辆上制动器的制动过程。

5. 对问题五的分析

通过问题三导出的数学模型，设计根据前一个时间段观测到的瞬时转速与/或瞬时扭矩，导出本时间段电流值的计算机控制方法，并用能量误差的大小评价此方法。

6. 对问题六的分析

问题六是要我们根据问题五中的不足之处重新设计一个尽量完善的计算机控制方法，并作评价。

§ 3 模型的假设

1. 假设飞轮为刚性的，在旋转中不变形；
2. 假设飞轮在运动过程中，没有空气阻力和摩擦力；
3. 假设飞轮在制动的过程中是匀减速；
4. 假设模拟实验中主轴的角速度与车轮的角速度始终一致；
5. 假设汽车在制动过程中只受到制动器的阻力，其它力不计。

§ 4 名词解释与符号说明

4.1 名词解释

1. 转动惯量：刚体绕轴转动时，惯性的度量；
2. 等效的转动惯量：将载荷在车辆平动时具有的能量等效地转化为试验台上飞轮和主轴等机构转动时具有的能量，与此能量相应的转动惯量在本题中称为等效的转动惯量；

3. 基础惯量：试验台上的主轴等不可拆卸机构的惯量；
4. 扭矩：在每个单位距离所做的功，也是力矩的大小，等于力和力臂的乘积；
5. 制动器：联接在车轮上，它的作用是在行驶时使车辆减速或者停止；

4.2 符号说明

序号	符号	符号说明
1	J_D	表示试验台上测得的总等效惯量
2	J_j	表示试验台上实验的机械惯量
3	J_e	表示试验台上发动机通过电流产生的补充惯量
4	M_e	表示发动机通过电流产生的扭矩大小
5	M	表示试验台上测得的总扭矩大小
6	I	表示发动机的驱动电流
7	ω	表示飞轮和汽车车轮转动的角速度
8	E	表示各种能量

5 模型的建立与求解

从所要解决的问题和对问题所做的假设出发,我们对问题一到问题六共建立了六个模型,分别记作模型 I,模型 II,模型 III,模型 IV,模型 V 和模型 VI。

模型 I 等效转动惯量的求解模型。

模型从物理学中能量守恒定理出发,建立了等效转动惯量的求解模型,并针对问题一中所给的汽车滚动半径和压力的条件,求出试验台中等效惯量的大小。

模型 II 电动机补偿惯量的求解模型

模型从物理学中旋转物体质量与其转动惯量之间的相互转化关系出发,分别建立了飞盘转动惯量模型、组合机械惯量模型和电动机补偿惯量模型三个模型,并针对问题二中所给的条件求出电动机补偿惯量的大小。

模型 III 驱动电流依赖于可观测量的模型。

模型从假设汽车做匀减速运动的状态出发,建立了电动机驱动电流依赖于可观测量的数学模型,并针对问题三中第二问所给的条件,求出该条件下的电动机的驱动电流大小。

模型 IV 对控制方法的结果评价模型。

模型从某种控制方法试验得到的数据出发,建立了对控制方法的结果评价模型,通过算出模拟实验中飞轮损失的总能量与实际车轮在路测中的总能量损失的差值,并将其与总损失能量作比较从而对该实验模拟的效果进行评价。

模型 V 设置计算机控制方法及结果评价模型

模型通过用错位拟合的方法,获得电流与转速之间的关系,根据前一个时间段观测到的瞬时转速与/或瞬时扭矩,设计出本时间段电流值的计算机控制方法,并对该方法进行了能量误差的评价。

模型 VI 模型 V 的改进模型

模型 V 整个过程中未考虑制动器惯性台架中的惯量误差,它通常包括飞轮的加工误差和风阻及轴承损耗等阻力引起的误差,这就导致在模型 V 中求得的模拟时制动器吸收的动能大于真实情况,进而使得我们的最终结果与真实值比较偏小。

5.1 等效转动惯量的求解模型(模型 I)

5.1.1 等效转动惯量的模型

根据物理学知识和题意,车辆平动时具有的能量(忽略车轮自身转动具有的能量)等效地转化为试验台上飞轮和主轴等机构转动时具有的能量。已知汽车动能

$$E_D = \frac{1}{2}mv^2 \dots\dots\dots (5.1)$$

其中 m 为汽车的质量, v 为汽车水平运行的速度。

又因为 $v = \omega_1 \cdot R$, 其中 ω_1 是汽车轮子的角速度, R 是滚动半径。

将其代入(5.1)式得到

$$E_D = \frac{1}{2}m(\omega_1 \cdot r)^2 \dots\dots\dots (5.2)$$

我们假设等效的转动惯量为 J_D , 由相关物理学知识我们可以知道此转动惯量对应的能量

$$E_z = \frac{1}{2}J_D\omega_2^2 \dots\dots\dots (5.3)$$

其中 ω_2 是试验台上主轴的角速度。

由于要把汽车的动能 E_D 等效的转化为 E_Z ，因此有 $E_D = E_Z$ ，此外由假设还有 $\omega_1 = \omega_2$ ，因此联立 (5.2)、(5.3) 两式，我们可以得到：

$$\frac{1}{2}m(\omega_1 \cdot R)^2 = \frac{1}{2}J_D \omega_1^2 \dots\dots\dots (5.4)$$

进而可以推出：

$$J_D = mR^2 \dots\dots\dots (5.5)$$

又由于质量 $m = \frac{G_Z}{g}$ ，其中 G_Z （单位：牛顿）为制动时承受的载荷， g （单位： m/s^2 ）为重力加速度，大小取 $9.812 m/s^2$ ，从而得到车轮的转动惯量（单位： $kg \cdot m^2$ ）计算公式为：

$$J_D = \frac{G_Z R^2}{g} \dots\dots\dots (5.6)$$

5.1.2. 问题一的求解

由题意，车辆单个前轮的滚动半径为 $R = 0.286 m$ ，制动时承受的载荷为 $G_Z = 6230 N$ ，代入模型 (5.6) 式得到车轮的等效转动惯量

$$J_D = \frac{G_Z R^2}{g} = \frac{6230 \times 0.286^2}{9.812} = 51.9353(kg \cdot m^2)$$

计算表明：在车辆单个前轮的滚动半径为 $0.286 m$ ，制动时承受的载荷为 $6230 N$ 时，等效的转动惯量为 $51.9353(kg \cdot m^2)$ 。

5.2 机械惯量的组合及电动机补偿惯量的求解模型（模型 II）

5.2.1. 飞轮的惯量计算

飞轮的惯量是飞轮的特有属性，他和飞轮的质量与半径大小有关。可画出飞轮的示意图如下图 5-1：

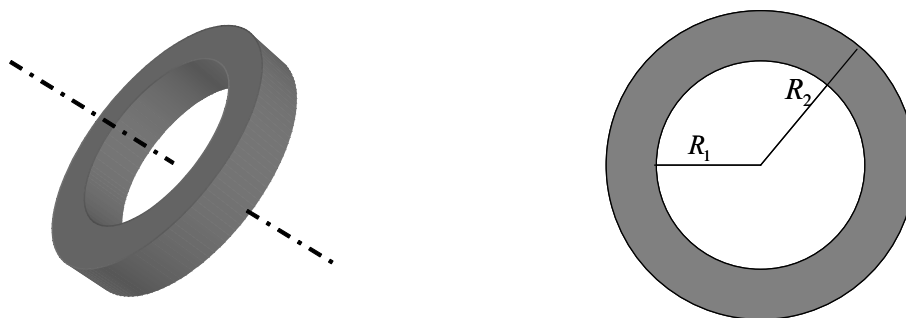


图 5-1

设飞轮的内环半径为 R_1 ，外环半径为 R_2 ，厚度为 d ，则飞轮的体积为：

$$V = \pi(R_2^2 - R_1^2)d \dots\dots\dots (5.7)$$

因为飞轮的质量分布是均匀的，设铸成每个飞轮的钢材密度为 ρ ，则飞轮的质量为：

$$m = \rho \cdot V \dots\dots\dots (5.8)$$

根据物理学原理，质量为 m ，旋转半径为 r 质点的转动惯量为：

$$J = mr^2,$$

根据微元分析法，可得飞轮的转动惯量计算公式。因为质量微元

$$dm = \frac{m}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} 2\pi r dr$$

将等式两边同时乘以 r^2 ，并对其在 R_1 到 R_2 上积分，得飞轮的转动惯量

$$\begin{aligned} J &= \int_{R_1}^{R_2} r^2 dm \\ &= \int_{R_1}^{R_2} \frac{m}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} 2\pi r^3 dr \dots\dots\dots (5.9) \\ &= \frac{1}{2} m(R_2^2 + R_1^2) \end{aligned}$$

将 3 个外直径为 $1m$ （外半径 $R_2=0.5m$ ）、内直径为 $0.2m$ （内半径 $R_1=0.1m$ ）的环形钢制飞轮，厚度分别为 $d_1=0.0392m$ ， $d_2=0.0784m$ ， $d_3=0.1568m$ ，钢材密度 $\rho=7810kg/m^3$ ，代入（5.7）至（5.9）式得三个飞轮的转动惯量分别为：

$$\begin{aligned} J_1 &= 30.0083 \text{ kg} \cdot m^2, \\ J_2 &= 60.0166 \text{ kg} \cdot m^2, \\ J_3 &= 120.0332 \text{ kg} \cdot m^2 \end{aligned}$$

至此，三个飞轮的转动惯量已全部求出。

5.2.2 三个飞轮的组合可形成的转动惯量

用三个飞轮和基础转动轴进行组合搭配，易得一共有 $2^3=8$ 种不同数值的机械惯量。

已知基础惯量为 $10 \text{ kg} \cdot m^2$ ，那么三个飞轮共可以组合成如下表 5-1 中八种不同数值的机械惯量。（其中“√”处代表选中该飞轮参与组合，“—”处代表不选中飞轮）

表 5-1 八种不同机械惯量值的组合方案

飞轮 序号	飞轮 1	飞轮 2	飞轮 3	基础惯量	不同飞轮组机械 惯量 J_z ($\text{kg} \cdot m^2$)
1	—	—	—	√	10
2	√	—	—	√	40.0083
3	—	√	—	√	70.0166
4	√	√	—	√	100.0249
5	—	—	√	√	130.0332
6	√	—	√	√	160.0415
7	—	√	√	√	190.0498
8	√	√	√	√	220.0581

5.2.3 电机补偿惯量模型

设等效转动惯量 J_D ，飞轮组的机械惯量 J_j ，则需要电机补偿的惯量

$$J_e = J_D - J_j, (-30 \leq J_e \leq 30) \dots\dots\dots (5.10)$$

由于电动机补偿能量相应的惯量 J_b 变化范围为 $[-30,30] \text{ kg} \cdot m^2$ ，且问题 1 中我们得到的等效转动惯量为 $J_D = 51.9353 \text{ kg} \cdot m^2$ ，那么我们共有两种选择方案让电动机对其补偿惯量使得可以模拟汽车在实际路面上的等效转动变量。

方案一：选用表 5-1 中序号 2 的机械惯量组合方案，此时需要电动机补偿的惯量为

$$J_e = 51.9353 - 40.0083 = 11.9270 \text{ kg} \cdot m^2$$

这一方案表明电机补偿的惯量是正值，它所产生的惯量是增加机械惯量，从而达到等效转动惯量。

方案二：选用表 5-1 中序号 3 的机械惯量组合方案，此时需要电动机补偿的惯量为

$$J_e = 51.9353 - 70.0166 = -18.0813 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

这一方案表明电机补偿的惯量是负值，它所产生的惯量是减少机械惯量，从而达到等效转动惯量。

5.3 建立电动机驱动电流关于可观测数据的模型（模型Ⅲ）

5.3.1 建立驱动电流模型

设电动机驱动电流为 I ，由驱动电流产生的扭矩为 M_e ，由题意可知驱动电流与其产生的扭矩成正比，设比例系数为常数 k （已由题目给出），则

$$I = kM_e \dots\dots\dots (5.11)$$

所以只要求得驱动电流产生的扭矩 M_e 就可以得到驱动电流 I 。

那么可以根据能量守恒定律，建立对 M_e 的求解模型如下：

在每一个时间段内根据电惯量应提供的动能 E_e 是守恒的，因此每一个时间段消耗的电能为 E_{ei} 和电扭矩产生的能量 W_i 是相等的，即：

$$E_{ei} = W_i \dots\dots\dots (5.12)$$

$$E_{ei} = \frac{1}{2}(J_d - J_j) \cdot (\omega_i^2 - \omega_{i+1}^2) \dots\dots\dots (5.13)$$

$$W_i = M_{ei}(\omega_0 - \beta t)\Delta t \dots\dots\dots (5.14)$$

其中， ω_i 为第 $i+1$ 个时间段的初始角速度， ω_{i+1} 为第 $i+1$ 时间段内的末尾角速度。 β 为制动过程中的角加速度， ω_0 为零时刻的角速度。由于每一个时间段都很小，可以近似认为 t 是每个时间段内初始点对应的的时间，由（5.12）至（5.14）式可以解得：

$$M_{ei} = \frac{(J_d - J_j) \cdot (\omega_i^2 - \omega_{i+1}^2)}{2(\omega_0 - \beta t)\Delta t} \dots\dots\dots (5.15)$$

联立（5.11）和（5.15）两式可得：

$$I_i = kM_{ei} = \frac{k(J_d - J_j) \cdot (\omega_i^2 - \omega_{i+1}^2)}{2(\omega_0 - \beta t)\Delta t} \dots\dots\dots (5.16)$$

5.3.2 驱动电流的求解

在问题 1 和问题 2 的条件下，要求初始速度为 50 km/h ，制动 5.0 秒后车速均匀减到零的驱动电流关系式。

对此应该这样考虑：以 0.01s 时间步长，将 5s 的时间等分为 500 个时段，这样可以得到 501 个时间点记为 $t_i (i = 0, 1, \dots, 500)$

已知整个过程中的角加速度 $\beta = \frac{v_t - v_0}{t * R} = 9.7125 \text{ rad/s}^2$ ，那么可以求出每个时点对应的角速度 $\omega_i (i = 0, 1, \dots, 500)$ ，即当 $\Delta t = 0.01$ 时，将上述各值代入（5.14）式，可以得到每个时间段内的电流 $I_i (i = 0, 1, \dots, 499)$

用 MATLAB 可以算出各时间段的电流值如下表 5-2，散点图如下图 5-2

表 5-2 各时间段内的电流值

$i =$	1	2	3	4	...	500
$I_i (A)$	174.6503	174.6500	174.6496	174.6493	...	87.4126

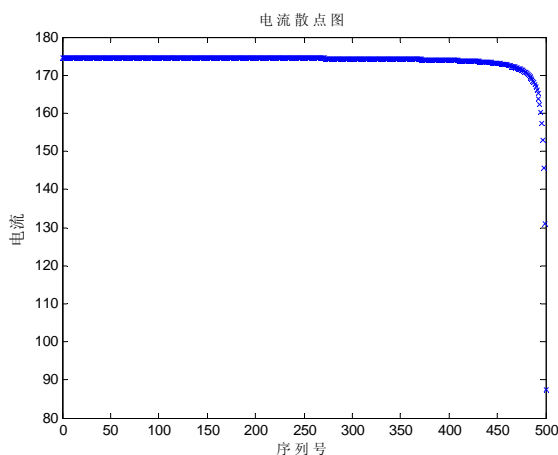


图 5-2 每单位时刻电流散点图

最后我们作出 I_i 与 $\omega_i (i = 0, 1, \dots, 499)$ 的散点图如下图 5-3，根据散点图我们假设电流和转速之间具有如下关系：

$$I = \frac{a}{\omega} + b \quad \dots\dots\dots (5.17)$$

其中 a, b 为参数。

根据 $I_i, \omega_i (i = 0, 1, \dots, 499)$ 的值，通过 MATLAB 软件，我们用最小二乘法求出参数（见附录驱动电流与转速的拟合程序）

$$a = -8.49 \quad b = 174.8252$$

这样，驱动电流 I 关于可观测量 ω 的关系式为：

$$I = \frac{-8.49}{\omega} + 174.8252 \quad \dots\dots\dots (5.18)$$

为了观察方便，将散点图向上平移了 2 个单位（真实函数图像将散点图是全部覆盖的）。

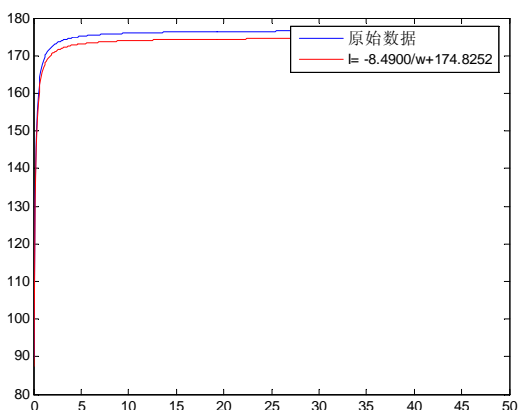


图 5-3

可以看出拟合效果非常理想。

综上所述：电动机驱动电流约为 $174.6 A$ ，建立驱动电流 I 关于可观测量飞轮旋转

角速度 ω 的模型为: $I = \frac{-8.49}{\omega} + 174.8252$ 。

5.4 控制方法的结果评价模型 (模型IV)

与所设计路试等效的转动惯量 J_D 为 $48 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 机械惯量 J_j 为 $35 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 那么需要用电动机补偿的惯量 $\Delta J = J_D - J_j = 48 - 35 = 13 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

又已知时间步长为 10 ms 主轴初转速为 514 转/分钟, 末转速为 257 转/分钟的情况, 用某种控制方法试验得到的数据作出散点图如下:

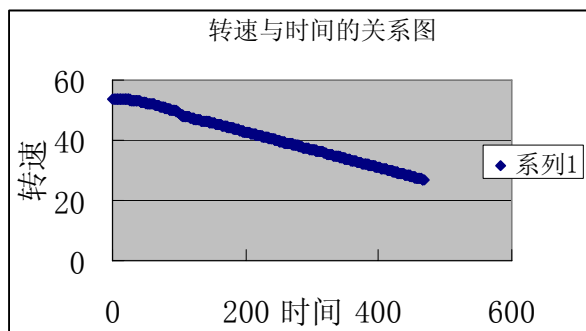


图 5-4 转速与时间的散点图

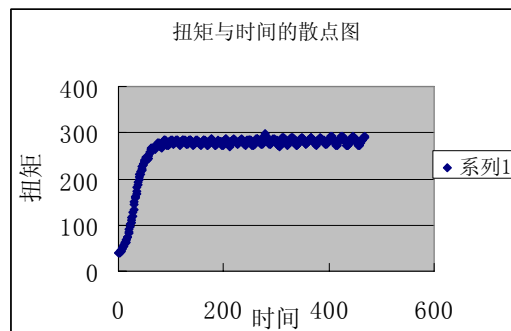


图 5-5 扭矩与时间散点图

从图 4 中可以看出刚开始制动时, 由于制动系统控制等原因, 转速略有涨幅。转速和时间近似为线性关系, 随着时间的推移转速均匀减少。

又因为:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \quad (n \text{ 是转速}) \dots\dots\dots (5.19)$$

故可得角速度和时间近似为线性关系, 也随时间的增加而减少。即角加速度 $\beta = \frac{d\omega}{dt}$ 为一常量。从图 5 中可以看出: 在 0.5 秒内扭矩的变化很大, 而 0.5 秒后在 $280 \text{ N} \cdot \text{m}$ 附近微小波动, 基本属于稳定阶段。

设电动机的输出扭矩为 M_e , 制动的扭矩为 M_z , 瞬时的总扭矩为 M 。则有:

$$M = M_e - M_z \dots\dots\dots (5.20)$$

由转动定律得

$$M = J_j \frac{d\omega}{dt} \dots\dots\dots (5.21)$$

其中 J_j 为机械惯量。可看出瞬时力矩 M 在匀减速的情况下应不变, 这与试验结果有出入, 可能这种控制方法不完备, 没有考虑到或没计算清楚飞轮的加工误差和风阻及轴承损耗等系统阻力引起的误差。现在来评价这种控制方法的优劣, 一个重要数量指标是能量误差的大小, 即指所设计的路试时的制动器与相对应的实验台上制动器在制动过程中消耗的能量之差。

实验台上制动器每隔 10 ms 时间段内消耗的能量为

$$\Delta E_i = M\omega_i \Delta t \quad (i = 1, 2, \dots, 500) \dots\dots\dots (5.22)$$

其中 M_i 为该时段开始时刻的瞬时扭矩与末时刻瞬时扭矩的平均值。 ω_i 为该时段开始时刻的瞬时转动角速度与末时刻瞬时转动角速度的平均值。由 $\omega_i = \frac{2n\pi}{60}$ 将附件中的所

有瞬时转速化成瞬时角速度。代入数据，得到实验台上制动器每 10 ms 时间段所消耗的能量。所有时间段能量总和即为实验台上制动器在制动过程中消耗的能量

$$E = \sum_{i=1}^{500} \Delta E_i \dots\dots\dots (5.23)$$

至此我们已经求出了模拟过程中制动器消耗的能量，下面我们计算路试时制动器消耗的能量。

开始主轴初转速为 514 转/分钟，末转速为 257 转/分钟，由 $\omega = \frac{2n\pi}{60}$ ，得初始角速度为 $\omega_0 = 53.8260 \text{ rad/s}$ ，末角速度为 $\omega_t = 26.9130 \text{ rad/s}$ 。模拟实验中，可认为主轴的角速度与车轮的角速度始终一致，车子做匀减速运动。角加速度

$$\beta = \frac{\omega_0 - \omega_t}{t} \dots\dots\dots (5.24)$$

从附件中可得时间 $t = 4.67 \text{ s}$ ，代入上式算出

$$\beta = \frac{53.8260 - 26.9130}{4.67} = 5.7630 \text{ rad/s}^2,$$

根据 $\omega_t = \omega_0 - \beta t$ 能求出每隔 10 ms 时间所对应的角速度。每 10 ms 时间段内开始的角速度为 ω_i ，末时刻角速度为 ω_{i+1} 。

对于汽车来说，汽车每 10 ms 时间段制动器所消耗的能量

$$\Delta Q_i = \frac{1}{2} J_D (\omega_i^2 - \omega_{i+1}^2) \dots\dots\dots (5.25)$$

代入数据，得到路试时每 10 ms 时间段制动器所消耗的能量。所有时间段能量总和即为路试时制动器在制动过程中消耗的能量

$$Q = \sum_{i=1}^{500} \Delta Q_i \dots\dots\dots (5.26)$$

实验台上制动器每 10 ms 损耗能量与路试时损耗能量如下图 5-6 所示：

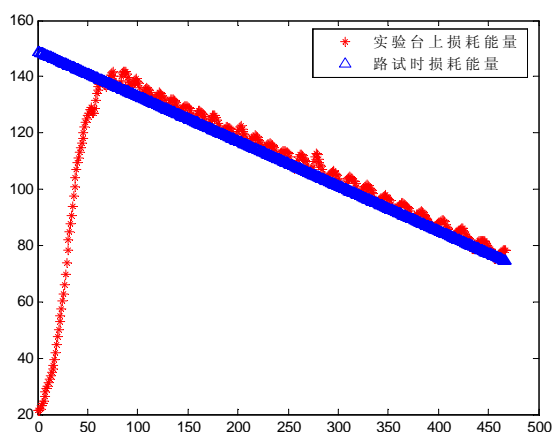


图 5-6

结合图二中扭矩的变化可看到刚开始 0.5 秒内扭矩很小，这是因为制动器加制动需要一个协调时间。但是从 0.5 秒以后制动趋于稳定，所以本制动方法从 0.5 秒开始实验台上制动器所耗能量与车辆路试所耗能量基本一致，模拟较好。

能量误差为所设计的路试时的制动器与相对应的实验台上制动器在制动过程中消耗的能量之差。相对误差

$$h = \frac{Q - E}{Q}$$

带入数据利用 MATLAB 编程计算得到 $h = 5.58\%$ ，此结果在实验误差范围之内。

5.5 问题五的分析与求解（模型 V）

假设制动减速度为常数，初始速度为 50 kg/h ，制动 5.0 秒后车速为零，等效的转动惯量为 $52 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，机械惯量为 $40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，电动机要补偿的惯量为 $12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

把整个制动过程时间 5 秒等分成 500 段，每个时间段为 10 ms 。要用前一个时间段观测到的瞬时转速与/或瞬时扭矩，导出本时间段电流值，而瞬时转速可转化为瞬时角速度。用计算机控制方法模拟试验的原则是试验台上制动器的制动过程与路试车辆上制动器的制动过程尽可能一致，车子的角速度应与实验台上的瞬时角速度一样，我们通过电流控制转速，也可以说成瞬时角速度，使实验台上的瞬时角速度接近于车子的角速度。电流与转速的关系在第三问中已拟合出来了， $I = -8.491\omega + 174.8252$ ，两边同时求导，

得到 $\frac{dI}{dt} = -8.491$ 。每一时刻的驱动电流都已经求出来了。利用 MATLAB 将后一时间所对

应的驱动电流与前一时间段的瞬时角速度，进行函数拟合，可以得到

$$I_{t+1} = -\frac{1.8685}{\omega_t^2} - \frac{7.0525}{\omega_t} + 174.7338$$

拟合的函数图像如图 5-7 所示：

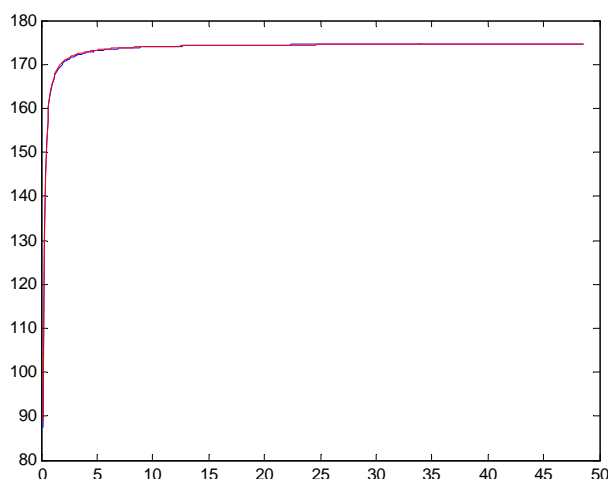


图 5-7

这样就可以利用拟合的函数，根据前一时间段的瞬时角速度设计出本时间段的电流值。利用这种控制方法模拟路试时的制动过程。

用能量误差对模型进行评价， ω_c 表示某一段时间的初始时的角速度， ω_m 表示这段时间末的角速度，可知 $w = \frac{1}{2} J_D \omega_c^2 - \frac{1}{2} J_D \omega_m^2$ 为这段时间车子消耗的能量，把路试中每一时间段制动损耗的能量求出来，累计求和就是路试时制动器消耗的能量 W 。制动扭矩 $M_z = J_D \frac{d\omega}{dt}$ 其中车子的角加速度 $\frac{d\omega}{dt}$ ，等效转动惯量 J_D 是恒定的，制动扭矩就可求出。而 $I = kM_e$ ，电流产生的扭矩 $M_e = \frac{I}{k}$ ，总扭矩即瞬时扭矩 $M = M_z - M_e$ ，每一时刻的瞬时扭矩就求出来了，参考第四问可求出每一时间段实验台上制动器在制动过程中消耗的

能量，累计求和即为实验台上制动器的能量消耗 E 。能量误差 $\Delta E = Q - E$ ，相对误差 $h = \frac{\Delta E}{Q} \times 100\%$ ，程序与第四问相似，用 MATLAB 编程得 $h = 3\%$ ，此计算机控制方法可行，但有待进一步改进。

5.6 问题六的分析与求解（模型VI）

考虑到问题五中的不足之处是，整个过程中未考虑制动器惯性台架中的惯量误差，它通常包括飞轮的加工误差和风阻及轴承损耗等阻力引起的误差。要对所设计的路试进行更真实的模拟，就要考虑清楚影响实验的所有因素。

综合考虑制动器惯性台架中的惯量误差，它通常包括飞轮的加工误差和风阻及轴承损耗等阻力引起的误差。这些误差导致我们在计算模拟过程中制动器吸收的能量 E 增大，从而导致我们的相对误差 $h = \frac{Q - E}{Q}$ 相比于实际情况偏小

§ 6 模型的评价与推广

6.1 模型的优缺点

6.1.1 优点

- (1)该模型有成熟的理论基础，可信度较高；
- (2)该模型有相应的软件支持，算法简单，编程实现简单，推广容易；
- (3)运用多种数学软件配合方法进行计算，取长补短，使计算结果更加准确。

6.1.2 缺点

- (1)模型虽然考虑了风阻和各种阻力的相对影响，但为了建立模型，理想化处理了部分影响因素，但具有一定的局限性，虽然得到了模型，但与实际可能有出入；
- (2)惯量模拟范围受电机容量限制，电机容量过大势必增加系统成本，而惯性飞轮的数量也是有局限的。
- (3)补偿电惯量的时间需要依据预测的制动时间，由于制动衬片的摩擦因数是随温度和压力等条件变化的不确定量，因而制动时间很难精确预测。(4)采用能量补偿法模拟惯量势必使转速曲线变为折线形（图 2 中的折线 ACEB），而且仅当补偿时间恰好等于实际制动时间且补偿起始时间为 0 时，转速曲线为一条直线。补偿时间越长，转速曲线越接近直线，但这与上述补偿时间尽量缩短相矛盾，因此折中的补偿时间取值范围是预测制动时间的 50%~80%。

6.2 模型的推广

本题不仅可以用于制动器在试验台的控制方法，在对车辆其他复杂外形零部件转动惯量测量研究和机械惯量混合电模拟技术等的研究上都具有延伸和推广的价值。

同时，就本题对电力补偿的时间具体应定在什么时候也是有待研究的问题。

参考文献

- [1]吴建国,汪名杰等.数学建模案例精编,北京:中国水利水电出版社,2005.3 第一版;
- [2]吴礼斌,李柏年.数学实验与建模,北京:国防专业出版社,2007.9;
- [3]杨桂元,黄己立.数学建模,合肥:中国科学技术大学出版社,2008.8;
- [4]刘来福,何青等.用 maple 和 matlab 解决科学计算问题,北京:高等教育出版社;
- [5]胡守信,李柏年.基于 matlab 的数学实验,北京:科学出版社。

附 录

附录一 问题四所给的控制方案的求解程序

```
x=[514.33
513.79
513.24
.....
258.26
257.71
257.17
];t=0:0.01:4.67;
figure(1);
plot(t,x)
title('转速与时间关系'),xlabel('时间(s)'),ylabel('转速(rpm)')
y=[40
40
40
.....
288.75
291.25
288.75];figure(2);
plot(t,y)
title('扭矩与时间关系'),xlabel('时间(s)'),ylabel('扭矩(N.m)')
x=pi.*x./30;d=zeros(467,1);e=zeros(467,1);
for i=1:467
    d(i)=x(i+1)+x(i);
    d(i)=d(i)/2;
    e(i)=y(i+1)+y(i);
    e(i)=e(i)/2;
end
E=zeros(467,1);W=zeros(467,1);
E=e.*d.*0.01;
t=1:467;t=t';
w0=514*2*pi/60;
w1=257*2*pi/60;
a=(w0-w1)/4.67;
for i=1:467;
    w(i)=w0-a*i/100;
end
w=[w0,w];
for i=1:467
    W(i)=0.5*48*(w(i)^2-w(i+1)^2);
end
figure(3);
plot(t,E,'r*',t,W,'b^')
legend('实验台上损耗能量','路试时损耗能量')
l=(sum(W)-sum(E))/sum(W);
```

附录二 驱动电流与转速的拟合程序

```
jd=12;
w0=50*10^3/(3600*0.286);
```



```

b=w0/5;
for i=0:499
    w(i+1)=w0-b*i/100;
end
dt=0.01;I=zeros(500,1);
m=1;
for t=0:0.01:4.99
    yy(m)=1.5*0.5*jd*((w0*ones(1,500)-b*t).^2-(w0*ones(1,500)-b*(t+dt)).^2)/((w0*ones(1,500)-b*t).*dt);
    m=m+1;
end

[p,pp]=polyfit(1./w,yy,1)
y2=-8.4900./w+174.8252;
plot(w,yy+1,'b',w,y2,'r');

```

附表 1

附表 1 试验台工作时主轴的瞬时转速与瞬时扭矩数据

扭矩 (N.m)	转速 (rpm)	时刻(s)	扭矩 (N.m)	转速 (rpm)	时刻(s)
40	514.33	0	285	389.3	2.34
40	513.79	0.01	281.25	388.75	2.35
40	513.24	0.02	282.5	388.21	2.36
41.25	513.79	0.03	278.75	387.66	2.37
43.75	513.79	0.04	277.5	386.57	2.38
45	513.79	0.05	275	386.02	2.39
47.5	513.24	0.06	273.75	386.02	2.4
50	513.24	0.07	275	386.02	2.41
53.75	512.69	0.08	278.75	385.48	2.42
55	512.69	0.09	280	384.38	2.43
57.5	512.15	0.1	282.5	382.75	2.44
58.75	512.15	0.11	283.75	382.2	2.45
62.5	512.15	0.12	283.75	382.2	2.46
62.5	512.69	0.13	285	381.11	2.47
67.5	512.15	0.14	283.75	380.02	2.48
67.5	512.15	0.15	285	379.47	2.49
72.5	511.6	0.16	282.5	379.47	2.5
75	511.6	0.17	283.75	380.02	2.51
81.25	511.06	0.18	277.5	378.92	2.52
86.25	511.6	0.19	277.5	377.83	2.53
91.25	511.6	0.2	271.25	376.74	2.54
96.25	510.51	0.21	275	376.19	2.55
101.25	510.51	0.22	271.25	376.19	2.56
105	510.51	0.23	276.25	375.1	2.57

110	511.06	0.24	275	374.56	2.58
115	510.51	0.25	281.25	373.46	2.59
120	509.42	0.26	282.5	372.92	2.6
127.5	509.42	0.27	287.5	372.92	2.61
133.75	509.42	0.28	287.5	372.37	2.62
143.75	509.42	0.29	287.5	372.37	2.63
150	509.42	0.3	286.25	371.83	2.64
157.5	508.87	0.31	285	371.28	2.65
161.25	508.33	0.32	283.75	370.73	2.66
168.75	507.78	0.33	283.75	370.73	2.67
172.5	507.78	0.34	282.5	370.19	2.68
181.25	507.23	0.35	278.75	369.64	2.69
186.25	507.23	0.36	276.25	368.55	2.7
193.75	507.23	0.37	275	367.46	2.71
198.75	507.23	0.38	276.25	366.91	2.72
203.75	506.69	0.39	278.75	366.37	2.73
208.75	505.6	0.4	280	366.37	2.74
211.25	505.05	0.41	282.5	365.82	2.75
216.25	504.5	0.42	291.25	365.27	2.76
218.75	503.96	0.43	292.5	364.73	2.77
222.5	503.41	0.44	297.5	364.73	2.78
226.25	502.87	0.45	290	364.18	2.79
230	502.87	0.46	291.25	363.64	2.8
233.75	502.32	0.47	285	362.54	2.81
237.5	502.32	0.48	287.5	361.45	2.82
238.75	501.23	0.49	283.75	360.91	2.83
242.5	500.14	0.5	282.5	359.81	2.84
242.5	499.59	0.51	277.5	359.27	2.85
247.5	499.04	0.52	276.25	358.72	2.86
246.25	499.04	0.53	275	358.72	2.87
245	498.5	0.54	275	358.18	2.88
241.25	498.5	0.55	277.5	357.63	2.89
245	497.95	0.56	280	357.08	2.9
248.75	497.95	0.57	281.25	356.54	2.91
256.25	497.41	0.58	282.5	355.99	2.92
257.5	497.41	0.59	285	355.45	2.93
262.5	496.86	0.6	286.25	354.9	2.94
262.5	496.31	0.61	287.5	354.35	2.95
266.25	495.77	0.62	285	353.81	2.96
266.25	495.22	0.63	285	353.26	2.97
266.25	494.68	0.64	283.75	353.26	2.98
266.25	493.58	0.65	283.75	352.72	2.99
266.25	492.49	0.66	278.75	352.17	3
266.25	491.4	0.67	278.75	351.62	3.01

265	490.85	0.68	272.5	351.62	3.02
266.25	490.31	0.69	273.75	351.08	3.03
268.75	489.76	0.7	270	350.53	3.04
272.5	489.22	0.71	275	349.44	3.05
273.75	488.67	0.72	273.75	348.35	3.06
276.25	488.12	0.73	280	347.8	3.07
277.5	488.12	0.74	282.5	346.71	3.08
277.5	487.03	0.75	286.25	346.16	3.09
272.5	486.49	0.76	287.5	345.62	3.1
272.5	485.39	0.77	288.75	345.62	3.11
268.75	484.3	0.78	288.75	345.62	3.12
272.5	483.21	0.79	287.5	345.07	3.13
267.5	482.12	0.8	286.25	344.53	3.14
272.5	481.57	0.81	285	344.53	3.15
270	481.57	0.82	285	343.98	3.16
277.5	481.57	0.83	282.5	342.89	3.17
278.75	481.03	0.84	280	341.25	3.18
282.5	479.93	0.85	276.25	340.16	3.19
282.5	479.39	0.86	275	339.61	3.2
282.5	479.39	0.87	273.75	339.07	3.21
282.5	478.84	0.88	277.5	339.07	3.22
280	478.3	0.89	278.75	338.52	3.23
277.5	477.75	0.9	282.5	337.97	3.24
276.25	477.2	0.91	282.5	337.43	3.25
273.75	477.2	0.92	286.25	336.88	3.26
273.75	476.66	0.93	285	336.88	3.27
275	476.11	0.94	290	336.34	3.28
276.25	475.02	0.95	287.5	335.79	3.29
280	474.47	0.96	288.75	334.7	3.3
280	473.93	0.97	285	334.15	3.31
282.5	471.2	0.98	286.25	333.61	3.32
281.25	468.47	0.99	283.75	333.06	3.33
283.75	465.19	1	283.75	332.51	3.34
282.5	463.55	1.01	281.25	331.42	3.35
278.75	461.92	1.02	277.5	330.88	3.36
276.25	461.37	1.03	273.75	330.33	3.37
275	460.28	1.04	273.75	330.33	3.38
277.5	459.73	1.05	275	330.33	3.39
280	458.64	1.06	276.25	329.78	3.4
281.25	458.09	1.07	280	329.24	3.41
285	457.55	1.08	280	328.15	3.42
283.75	457.55	1.09	282.5	327.6	3.43
283.75	456.46	1.1	282.5	326.51	3.44
282.5	455.91	1.11	286.25	325.96	3.45

281.25	455.36	1.12	286.25	325.42	3.46
278.75	455.36	1.13	288.75	324.87	3.47
277.5	455.36	1.14	283.75	324.32	3.48
273.75	454.82	1.15	286.25	323.78	3.49
277.5	454.27	1.16	282.5	323.78	3.5
277.5	453.18	1.17	286.25	323.23	3.51
281.25	452.63	1.18	280	322.69	3.52
281.25	451.54	1.19	281.25	321.59	3.53
283.75	451	1.2	275	321.05	3.54
285	450.45	1.21	277.5	320.5	3.55
285	449.9	1.22	276.25	319.96	3.56
283.75	449.36	1.23	278.75	318.86	3.57
282.5	448.81	1.24	278.75	318.32	3.58
282.5	448.27	1.25	281.25	317.77	3.59
281.25	448.27	1.26	282.5	317.23	3.6
278.75	447.72	1.27	285	316.68	3.61
275	447.17	1.28	285	316.13	3.62
276.25	446.63	1.29	287.5	315.59	3.63
276.25	446.08	1.3	288.75	315.04	3.64
280	445.54	1.31	288.75	314.5	3.65
281.25	444.99	1.32	287.5	313.95	3.66
285	443.9	1.33	285	313.95	3.67
283.75	443.35	1.34	285	313.95	3.68
285	442.81	1.35	283.75	313.4	3.69
282.5	442.26	1.36	283.75	312.31	3.7
285	441.71	1.37	281.25	311.22	3.71
280	441.71	1.38	281.25	310.13	3.72
281.25	441.71	1.39	276.25	309.58	3.73
276.25	441.71	1.4	276.25	309.04	3.74
275	441.17	1.41	273.75	309.04	3.75
273.75	441.17	1.42	278.75	309.04	3.76
276.25	440.62	1.43	277.5	308.49	3.77
278.75	440.08	1.44	282.5	307.94	3.78
280	438.98	1.45	282.5	306.85	3.79
281.25	438.44	1.46	285	306.31	3.8
282.5	438.44	1.47	285	306.31	3.81
282.5	438.44	1.48	287.5	306.31	3.82
282.5	437.89	1.49	288.75	305.21	3.83
281.25	437.35	1.5	287.5	304.12	3.84
281.25	436.8	1.51	286.25	303.03	3.85
281.25	436.25	1.52	285	303.03	3.86
278.75	435.71	1.53	285	302.48	3.87
276.25	434.62	1.54	283.75	301.94	3.88
273.75	433.52	1.55	282.5	301.39	3.89

275	432.98	1.56	280	300.85	3.9
275	432.98	1.57	278.75	300.85	3.91
278.75	432.43	1.58	275	300.3	3.92
278.75	431.34	1.59	275	299.21	3.93
283.75	430.79	1.6	275	298.12	3.94
282.5	430.79	1.61	278.75	297.57	3.95
285	430.25	1.62	277.5	297.02	3.96
281.25	429.7	1.63	281.25	296.48	3.97
283.75	428.61	1.64	281.25	295.39	3.98
281.25	427.52	1.65	287.5	294.84	3.99
281.25	426.97	1.66	283.75	294.84	4
277.5	426.43	1.67	287.5	294.29	4.01
273.75	425.88	1.68	285	293.75	4.02
273.75	425.88	1.69	291.25	292.66	4.03
275	425.88	1.7	290	292.66	4.04
277.5	425.33	1.71	291.25	292.11	4.05
280	424.79	1.72	287.5	292.11	4.06
282.5	423.7	1.73	285	291.02	4.07
283.75	423.15	1.74	283.75	290.47	4.08
286.25	422.6	1.75	282.5	289.93	4.09
285	422.6	1.76	281.25	289.93	4.1
286.25	422.06	1.77	278.75	289.38	4.11
282.5	421.51	1.78	276.25	288.29	4.12
282.5	420.42	1.79	273.75	287.2	4.13
278.75	420.42	1.8	273.75	286.65	4.14
277.5	419.87	1.81	275	286.1	4.15
272.5	419.87	1.82	278.75	286.1	4.16
275	418.78	1.83	281.25	285.56	4.17
273.75	417.69	1.84	283.75	285.01	4.18
278.75	416.6	1.85	285	285.01	4.19
276.25	416.05	1.86	287.5	283.92	4.2
281.25	416.05	1.87	287.5	283.37	4.21
280	415.51	1.88	291.25	282.28	4.22
282.5	414.96	1.89	290	282.28	4.23
281.25	413.87	1.9	292.5	281.74	4.24
281.25	413.32	1.91	287.5	281.19	4.25
281.25	413.32	1.92	288.75	280.64	4.26
280	412.78	1.93	285	279.55	4.27
278.75	411.68	1.94	285	279.01	4.28
275	410.59	1.95	282.5	278.46	4.29
273.75	409.5	1.96	282.5	277.91	4.3
273.75	409.5	1.97	281.25	277.91	4.31
277.5	408.95	1.98	277.5	277.37	4.32
280	408.95	1.99	273.75	276.28	4.33

282.5	408.95	2	272.5	275.73	4.34
285	408.41	2.01	272.5	275.18	4.35
286.25	407.86	2.02	275	274.64	4.36
287.5	406.77	2.03	277.5	274.09	4.37
283.75	405.68	2.04	280	273.55	4.38
283.75	405.13	2.05	283.75	273	4.39
281.25	404.59	2.06	285	272.45	4.4
281.25	404.59	2.07	286.25	271.91	4.41
276.25	404.04	2.08	286.25	271.36	4.42
275	403.49	2.09	288.75	270.82	4.43
270	403.49	2.1	287.5	269.72	4.44
275	402.95	2.11	291.25	269.18	4.45
276.25	402.4	2.12	287.5	269.18	4.46
281.25	401.31	2.13	290	268.63	4.47
281.25	400.22	2.14	283.75	268.09	4.48
282.5	399.67	2.15	286.25	266.99	4.49
285	398.58	2.16	281.25	266.45	4.5
286.25	398.03	2.17	285	265.9	4.51
285	397.49	2.18	281.25	265.36	4.52
283.75	396.94	2.19	281.25	264.26	4.53
282.5	396.4	2.2	276.25	263.72	4.54
282.5	396.4	2.21	273.75	263.72	4.55
281.25	395.85	2.22	272.5	263.72	4.56
278.75	395.3	2.23	275	263.17	4.57
277.5	394.21	2.24	276.25	262.63	4.58
275	393.12	2.25	278.75	261.53	4.59
276.25	392.57	2.26	281.25	260.99	4.6
277.5	392.57	2.27	282.5	260.44	4.61
281.25	392.03	2.28	285	259.9	4.62
281.25	391.48	2.29	285	259.9	4.63
285	390.94	2.3	288.75	258.8	4.64
282.5	390.94	2.31	288.75	258.26	4.65
286.25	390.39	2.32	291.25	257.71	4.66
281.25	389.84	2.33	288.75	257.17	4.67