眼科病床安排的优化设计模型

摘　要

对于眼科病床安排的优化问题，本文首先应用了秩和比方法，给出了病床合理安排的评价指标体系；其次根据线性拟合方法进行预测，依据动态规划建立了病床安排优化模型，从而设计出调整后相应运行方案，并得到很好的改进效果；然后运用排队理论，推测出病人问诊后可以住院的大致时间区间；最后从便于管理的角度进行考虑，采用线性优化方法，确定了在一般情形下，病床安排可采取使各类病人占用病床的比例固定的方案，就此方案，建立使得所有病人在系统内的平均逗留时间最短的病床比例分配模型，并且使用本文建立的评价指标体系去检验，其结果科学、合理。

针对问题一：本文拟对某医院病床利用情况进行综合评价，选用了四个常用统计指标组成综合评价指标体系，采用秩和比法进行综合评价分析，做出 *probit* 值与 *RSR* 值的散点图并拟合出相应的线性回归函数：

$$\mathrm{RSR} = 0.1052 \times \mathrm{probit} + 0.0092$$

以此函数进一步推测出 *RSR* 的排序与分档（见表3），为医院管理者合理配置床位.提高病床的使用效率提供科学依据。

针对问题二：模型根据住院部当前的情况和已知的病人完整的入院出院记录，将眼科类疾病分为四类，分别对已知的数据进行了线性拟合，预测出未出院病人的出院日期(附表 2)，从而得到每天的出院人数。并根据预测出的出院人数，运用动态规划合理的进行病床安排，通过 *lingo* 编程求得结果(见表 9)。本文更进一步对所求结果运用问题一中的指标体系进行检验，改进后的 *RSR* 值大于 *FCFS* 法的 *RSR* 值（$0.9375 > 0.5625$），显然改进后的方案更好，即改进后的方案可行。

针对问题三：分析可以看出病人从问诊到手术后出院符合多服务台性质的等待制排队系统模型，针对条件符合的规则提出了 $M/M/C(C \ge 2)$ 模型。根据排队理论，首先确定排队系统中的两个重要指标，即平均每天门诊人数 $\lambda = 8.68$ 和平均服务时间 $u = 1/9.02$，选取 2008-7-13 至 2008-9-11 的医院统计数据，对数据进行了泊松分布检验（检验程序见程序 4)，通过 *matlab* 编程求解。这里部分结果需要取整数值，采取向下取整加 1 的方法，得到最终结果（见式⑮)。

针对问题四：由于该住院部周六、周日不安排手术。目前该院是每周一、三做白内障手术，此类病人的术前准备时间只需 1、2 天，所以白内障入院优先考虑周六、周日、周一、周二；又白内障（双）手术方案是周一先做一只，周三再做另一只，那白内障（双）入院优先考虑周六、周日。通过问题二已建立的线性规划模型，只要把新的约束条件加进去建立新的病床安排模型，用 *lingo* 编程即可求得结果(见表 15)。

针对问题五：要求所有病患的逗留时间最短，其中逗留时间=等待时间+住院时间，本文根据 2008-7-13 到 2008-9-11 的数据，建立线性规划模型，假设每一类病患的床位分布为 x_1，x_2，x_3，x_4，建立目标函数，利用各类病人占总住院人数的比例作为其在总逗留时间中所占的比重，得到优化模型（见式⑮)，通过 *lingo* 求解（程序见程序 6)，得到结果（见表 17)。

全文针对五个问题分别建立模型进行求解，同时运用大量图表分析说明，并以问题一建立的指标做检验，证明出结果是合理与科学的。

关键词： 眼科病床安排；秩和比法；动态规划；排队论；*lingo*；灵敏度分析

§1 问题的提出

一. 背景知识

1. 问题概况

医院就医排队是大家都非常熟悉的现象，它以这样或那样的形式出现在我们面前，例如，患者到门诊就诊. 到收费处划价. 到药房取药. 到注射室打针. 等待住院等，往往需要排队等待接受某种服务。以患者到达门诊部进行登记为标志，表示该患者进入了门诊系统的排队系统当中：当患者进入住院部住院以及随后的眼科手术时，表示该患者接受了医疗服务，当服务完成后，患者即离开排队系统。可以将上述排队过程概化为排队系统的一般结构。简略流程如图1所示：

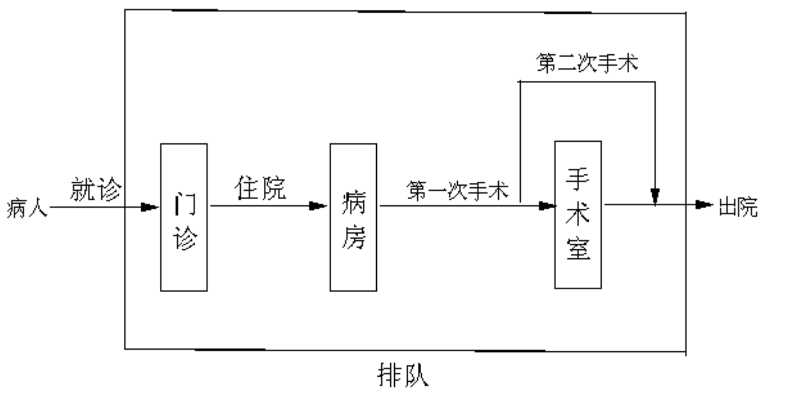

图 1　医院就医简略流程图

现有某医院眼科门诊每天开放，住院部共有病床 79 张。该医院眼科手术主要分四大类：白内障、视网膜疾病、青光眼和外伤。

白内障手术较简单，而且没有急症。目前该院是每周一、三做白内障手术，此类病人的术前准备时间只需 1、2 天。做两只眼的病人比做一只眼的要多一些，大约占到 60%。如果要做双眼是周一先做一只，周三再做另一只。

外伤疾病通常属于急症，病床有空时立即安排住院，住院后第二天便会安排手术。

其他眼科疾病比较复杂，有各种不同情况，但大致住院以后 2-3 天内就可以接受手术，主要是术后的观察时间较长。这类疾病手术时间可根据需要安排，一般不安排在周一、周三。由于急症数量较少，建模时这些眼科疾病可不考虑急症。

2. 问题原因

该医院眼科手术条件比较充分，在考虑病床安排时可不考虑手术条件的限制，但考虑到手术医生的安排问题，通常情况下白内障手术与其他眼科手术（急症除外）不安排在同一天做。

3. 现状与对策

当前该住院部对全体非急症病人是按照$FCFS(First\ \ come, First\ \ serve)$规则安排住院，但等待住院病人队列却越来越长，医院方面希望能通过数学建模来帮助解决该住院部的病床合理安排问题，以提高对医院资源的有效利用。

二. 相关试验数据

现在由题目附件和相应查阅得到了如下两组试验数据：

1.2008 年 7 月 13 日至 2008 年 9 月 11 日各类病人情况的数据（见原题附表）。

2. 百分率与概率单位换算表（见附录 1）。

三.要解决的问题

1.问题一：关于评价指标体系问题

我们考虑该医院眼科病床的合理安排的数学建模问题，用以分析确定合理的评价指标体系，并用此评价指标体系来评价问题的病床安排模型的优劣。

2.问题二：病床安排模型问题

就该住院部当前的情况，建立合理的病床安排模型，根据已知的第二天拟出院病人数来确定第二天应该安排哪些病人住院。并对模型利用问题一中的指标体系做出评价。

3.问题三：关于病人入住时间区间问题

作为病人，自然希望尽早知道自己大约何时能住院。根据当时住院病人及等待住院病人的统计情况，在病人门诊时即告知其大致入住时间区间。

4.问题四：手术时间调整问题

若住院部周六、周日不安排手术，重新分析问题二，对医院的手术时间安排做出相应调整。

5.问题五：病床比例分配模型问题

有人从便于管理的角度提出建议，在一般情形下，医院病床安排可采取使各类病人占用病床的比例大致固定的方案，就此方案，建立使得所有病人在系统内的平均逗留时间（含等待入院及住院时间）最短的病床比例分配模型。

§2 问题的分析

相关背景知识的介绍

1. $FCFS(First\ \ come, First\ \ serve)$**规则**：该规则思想是按照进入等待队列的先后次序来进行医疗服务。$FCFS$ 采用非剥夺方式，即一旦某个病人进入等待队列，就一直排队下去，直到该病人完成就诊、住院、手术直到出院的全过程而终止。该规则实现原理图如图 2 所示：

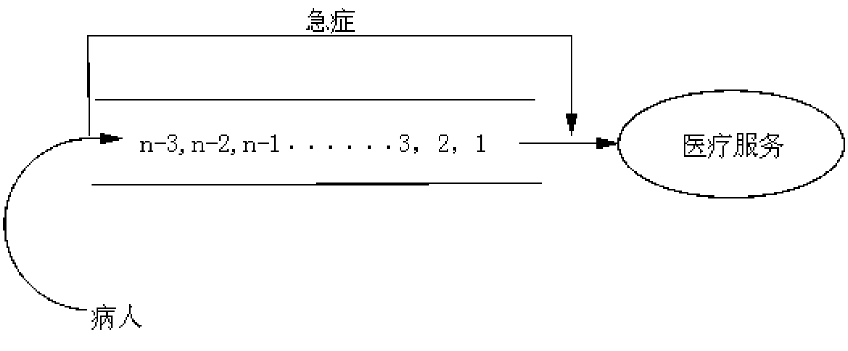

图 2　FCFS 规则实现原理图

2.排队论(queueing theory)：或称随机服务系统理论,是通过对服务对象到来及服务时间的统计研究，得出这些数量指标（等待时间、排队长度、忙期长短等）的统计规律，然后根据这些规律来改进服务系统的结构或重新组织被服务对象，使得服务系统既能满足服务对象的需要，又能使机构的费用最经济或某些指标最优。排队论研究的内容有 3 个方面：统计推断，根据资料建立模型；系统的性态，即和排队有关的数量指标的概率规律性；系统的优化问题。其目的是正确设计和有效运行各个服务系统，使之发挥最佳效益。

3. *probit* **模型：**是一种广义的线性模型。最简单的*probit*模型就是指被解释变量Y是一个0,1变量，事件发生地概率是依赖于解释变量，即$P(Y=1)=f(Y=1)=f(X)$，也就是说$Y=1$的概率是一个关于X的函数，其中$f(X)$服从标准正态分布。

4. **秩和比法**（Rank Sum Ratio, *RSR*）：是由田凤调教授于 1988 年首次提出的。它是一个内涵极为丰富的统计量，表明不同计量单位多个指标的综合水平。

§3 模型的假设

1．不考虑未入院病人在等待过程中转院及同院中各科室之间病床互补；
2. 每位患者的服务时间相互独立；
3. 系统的患者源和容量都是无限的,患者单队排列；
4. 由于青光眼和视网膜疾病手术安排没有差别，所以将青光眼和视网膜疾病看成同一类别处理；
5. 所有数据均为原始数据，来源真实可靠。

§4 名词解释与符号说明

一、名词解释

1. 病床使用率：反映每天使用床位与实有床位的比率，即实际占用的总床日数与实际开放的总床日数之比；

2. 病床动态周转率：即一段时间内病人占用的床位与实有床位的比率，反映病床平均使用效率；

3. 平均住院日：是期内住院病人总住院天数与期内住院病人数的比，其是直接反映医院医疗服务效率和资源有效利用,间接反映和衡量医院医疗质量和管理水平的综合指标；

4. *CD*型率：将全部病例分为 4 型：*A*型：病情单纯的普通病例；*B*型：病情单纯的急症病例；*C*型：疑难复杂病例；*D*型：病情危重病例。为*C*和*D*型病例数与医院病例总数之比；

5. 队长：指系统中的患者数(包括排队等候的和正在接受服务的所有患者)；

6. 等待时间：指患者从到达系统时起到开始接受服务时止这一段时间，患者希望等待时间越短越好。

二、符号说明

序号	符号	符号说明
1	RSR	表示医院病床使用情况的秩和比
2	m	表示为医院病床使用情况的秩和比的指标数
3	n	表示为医院病床使用情况的秩和比的分组数
4	f	表示检验各组的频数
5	n	表示为指标数(本文为 4)
6	L_s	表示在系统中的平均患者数(平均队长)
7	L_q	表示在队列中等待的平均患者数(平均队列长)
8	W_s	表示患者在系统中平均逗留时间
9	W_q	表示患者在队列中平均等待时间
10	x_{ij}	表示第i类病人第j天入院人数

§5 模型的建立与求解

从所要解决的问题和对问题所做的假设出发，我们对问题一建立了模型Ⅰ，对问题二建立了模型Ⅱ，问题三建立了模型Ⅲ，问题四建立了模型Ⅳ，问题五建立了模型Ⅴ。

1、模型Ⅰ 秩和比法模型

本模型从秩和比法原理出发，建立了秩和比法模型，当前该住院部对全体非急症病人是按照 $FCFS$ 规则安排住院，但等待住院病人队列越来越长。针对这个现状，我们分别建立医院眼科病床使用情况评价指标体系，并挑选了五个反映病床使用情况的五个常用统计指标，用以评价病床安排问题的优劣。

2、模型Ⅱ 线性拟合与分类模型

本模型针对住院部当前的情况，根据已知的病人完整的入院出院记录，将眼科类疾病分为五类，分别根据已知的数据进行了线性拟合，预测出未出院病人的出院日期，从而得到每天的出院人数。并根据预测出的出院人数，合理的进行病床安排。

3、模型Ⅲ 排队论的 $M/M/C(C \geq 2)$ 模型

由分析可以看出病人到来过程为泊松输入,医院眼科病床使用情况为负指数分布并具有多服务台性质的等待制排队系统模型，针对问题条件符合的规则提出了 $M/M/C(C \geq 2)$ 模型。同时该医院眼科手术主要分四大类：白内障.视网膜疾病.青光眼和外伤。其中白内障手术较简单，而且没有急症。外伤疾病通常属于急症，病床有空时立即安排住院，住院后第二天便会安排手术。其他眼科疾病比较复杂，有各种不同情况，但大致住院以后 2-3 天内就可以接受手术，主要是术后的观察时间较长。故可以使用优先权服务规则算法。

4、模型Ⅳ 新约束条件下的病床安排模型

该住院部周六.周日不安排手术。如此，目前该院是每周一.三做白内障手术，此类病人的术前准备时间只需 1.2 天，所以白内障优先考虑星期六.星期日.星期一.星期二；又如果要做双眼是周一先做一只，周三再做另一只，那白内障（双）优先考虑星期六.星期日。通过问题二已建立的线性规划模型，只要把新的约束条件加进去即可。

5、模型Ⅴ 线性规划模型

要求所有病患的逗留时间最短，其中逗留时间 = 等待时间 + 住院时间，我们从三方面来考虑这个问题：各类病患平均每天门诊人数；各类病患平均逗留时间；各类病患人数的比例；同时根据 2008-7-13 到 2008-9-11 的数据，建立线性规划模型，假设每一类病患的床位分布为 x_1，x_2，x_3，x_4 建立目标函数，利用各类病人占总住院人数的比例作为其在总逗留时间中所占的比重，我们得到线性规划优化模型。

一、问题一的分析与求解

1.对问题的分析

我们运用秩和比法模型建立医院眼科病床使用情况评价指标体系。文中要求建立一个评价体系，用以评价病床安排问题的优劣，在此为了避免单指标评价的片面性，本文挑选反映病床使用情况的五个常用统计指标：病床使用率.病床动态周转率.CD 型率.出院者平均住院日.每周平均等待时间，建立眼科病床使用情况评价指标体系。

2.模型的准备

本文以一周为时间间隔设定以下四个评价指标，所有评价指标全部采用周为单位时间，各指标含义为：

①病床使用率 = 住院人数/平均开放病床数

②病床动态周转率 = (期内入院人数 + 期内出院人数)/(2×平均开放病床数)

③出院者平均住院日＝期内住院病人总住院天数/期内住院病人数

④CD型率$=(C$型病例数$+D$型病例数$)/$医院病例总数

根据对数据的分析，到达8月7日病房就已住满了，而且以后一直保持满负荷运载，所以病床使用率这个指标的区分度不大,不予采用。

表1　病例分类标准

病例数据	*病情*	*技术复杂程度*	*时限要求*
A型	一般病例	单纯	常规处理
B型	一般急症病例	单纯	紧急处理
C型	疑难重症病例	复杂	慎重处理
D型	危重病例	复杂	积极处理

根据以上分类标准，外伤疾病通常属于急症，所以本文中的CD型率即为

$$CD\text{型率}=(\text{外伤疾病病例数})/\text{住院四种眼疾病病例总数}$$

3. 模型的建立与计算

步骤一：编秩(R)

各指标按以下原则进行排序编秩：

CD型率.病床周转次数为高优指标，其编秩原则：最大值编以最高秩次n，次大值编以 $n-1\cdots\cdots$，最小值编以1。

平均等待时间、出院者平均住院日为低优指标,其编秩原则：最大值编以1，次大值编以$2\cdots\cdots$,最小值编以n。

步骤二：计算秩和比（RSR）

$$RSR=\sum_{i=1}^{m}R_i\Big/(m\times n) \tag{1}$$

式中n为指标数(本文为4),m为分组数(本文为周总数2)。根据上面的公式计算出医院眼科病床使用情况的秩和比值RSR，见表2，表中括号内数字为秩次R。

表2 医院眼科病床使用情况

时间	CD *型率*	*平均等待时间*	*病床周转次数*	*出院者平均住院日*	RSR	*排序*
第 1 周	0.20(6)	4.40(8)	0.08(1)	5.00(8)	0.71875	1
第 2 周	0.25(7)	9.90(7)	0.30(2)	5.33(7)	0.71875	2
第 3 周	0.10(3)	11.09(4)	1.09(4)	5.95(6)	0.53125	3
第 4 周	0.18(5)	13.07(1)	1.48(7)	8.07(5)	0.56250	6
第 5 周	0.09(2)	10.43(6)	1.34(5)	9.02(4)	0.53125	5
第 6 周	0.07(1)	11.65(3)	1.44(6)	9.46(3)	0.40625	8
第 7 周	0.16(4)	10.51(5)	1.61(8)	9.61(1)	0.56250	7
第 8 周	0.28(8)	12.45(2)	1.05(3)	9.59(2)	0.46875	4
时间	RSR	f	$\sum f$	R	$(\bar{R}/m)\times100\%$	$probit(Y)$
第 6 周	0.40625	1	1	1	12.5	3.82
第 8 周	0.46875	1	2	2	25.0	4.33
第 5 周	0.53125	1	3	3	37.5	4.68
第 3 周	0.53125	1	4	4	50.0	5.00
第 7 周	0.56250	1	5	5	62.5	5.32
第 4 周	0.56250	1	6	6	75.0	5.67
第 2 周	0.71875	1	7	7	87.5	6.15
第 1 周	0.71875	1	8	8	*96.9	6.87

注：*按照$(1-1/4\mathrm{m})\times100\%$估计

步骤三：确定 RSR 的分布

RSR 的分布是指用概率单位 $probit$ 表达的 RSR 值特定的向下累计频率，其方法为：

① 编制 RSR 频数分布表，列出各组频数 f 、累计频数 $\sum f$ ；

② 确定各组 RSR 的秩次 R 及平均秩次 $\overline{R}$ ；

③ 计算向下累计频率 $p = \overline{R}/\mathrm{m}$ ；

④ 将百分率 p 换算为概率单位 $probit$ ， $probit$ 为百分率 p 对应的标准正态离差 μ 加5。

于是根据以上方法计算出回归方程，将医院眼科病床使用情况的 RSR 值由小到大排列起来，计算向下累计频率（$\overline{R}/N$），根据百分率与概率单位换算表（见附录2）求其所对应的概率单位值 Y ，做出 $probit$ 值与 RSR 的散点图：

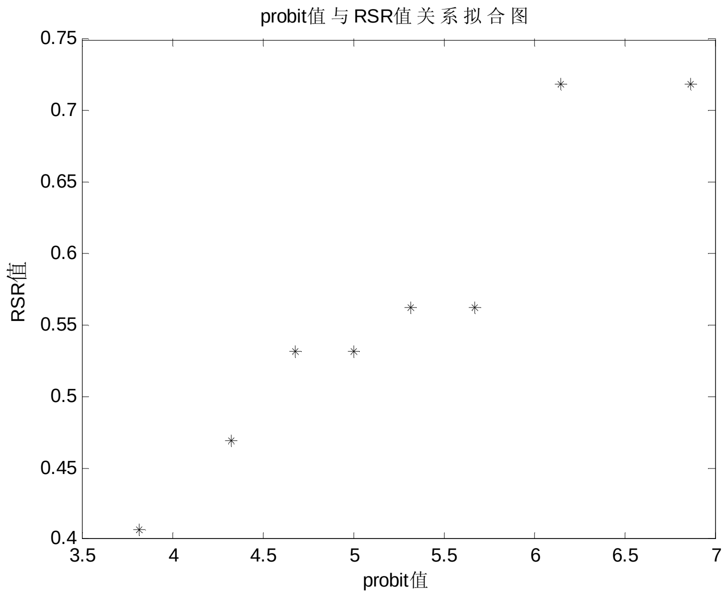

图3 $probit$ 值与 RSR 值关系拟合图

由上图可知 $probit$ 值与 RSR 存在线性关系，因此考虑建立简单线性回归模型，以 RSR 为因变量， $probit$ 值为自变量，拟合医院线性回归函数：

$$\mathrm{RSR} = 0.1052 \times \mathrm{probit} + 0.0092 \tag{2}$$

步骤四：排序分档结果

对回归模型进行检验（见程序1），得出可决系数为 $\mathrm{R} = 0.9184$ ， $\mathrm{F} = 67.5376$ ， $\mathrm{p} = 0.0002 < 0.05$ 说明所求的线性回归方程是非常显著的，认为因变量与 $probit$ 存在线性关系。

根据眼科病床使用情况 RSR 值，拟分差、中、较好、好四档[8]，见表3：

表3 RSR 的排序与分档表

分档	probit	RSR	排序与分档
差	4以下	0.46875以下	第6周.第8周
良	4-6	0.53125-0.56250	第3周.第4周.第5周.第7周
优	6以上	0.71875	第1周.第2周

二、问题二的分析与求解

1. 对问题的分析

根据住院部当前的情况，我们根据已知的病人完整的入院出院记录，将眼科类疾病

分为以下五类：白内障、白内障（双）、外伤、青光眼、视网膜疾病，分别根据已知的数据进行了线性拟合，预测出未出院病人的出院日期，从而得到每天的出院人数，根据预测出的出院人数，合理的进行病床安排。

2. 模型的建立

通过 Excel 软件对数据进行分类处理，将 2008 年 9 月 14 日做为数字 1，做出根据上文给出的五个图表，得到了以下的五个散点图及其线性拟合方程：

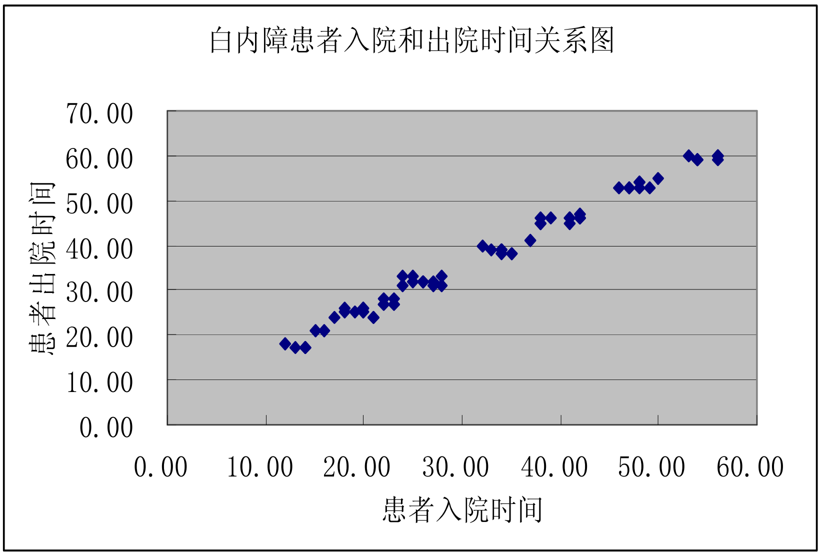

图 4-1　白内障（单眼）患者入院的时间关系图

依此模型求出白内障患者入院的时间关系拟合曲线：

$$y = 0.9911x + 357.08 \tag{3}$$

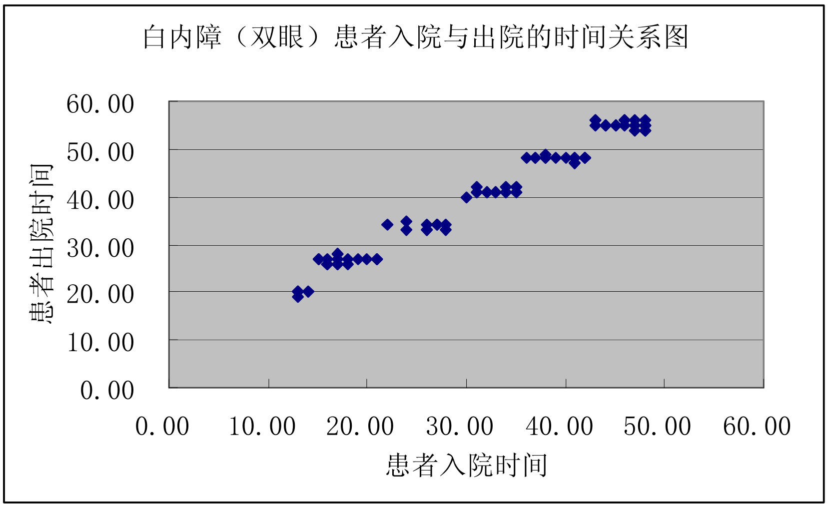

图 4-2　白内障（双）患者入院的时间关系图

依此模型求出白内障（双）患者入院的时间关系拟合曲线：

$$y = 0.9948x + 214.02 \tag{4}$$

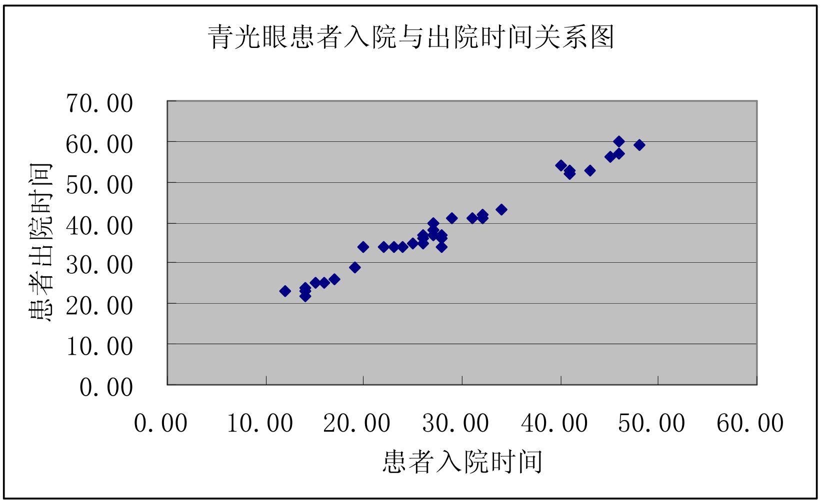

图 4-3　青光眼患者入院的时间关系图

依此模型求出青光眼患者入院的时间关系拟合曲线：

$$y = 1.0533x - 2104.5 \tag{5}$$

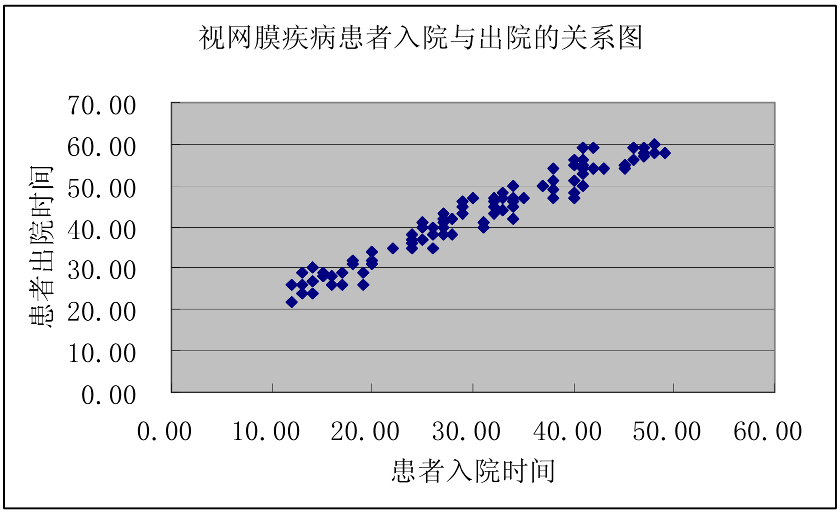

图 4-4　视网膜疾病患者入院的时间关系图

依此模型求出视网膜疾病患者入院的时间关系拟合曲线：

$$y = 0.9412x + 2341.7 \tag{6}$$

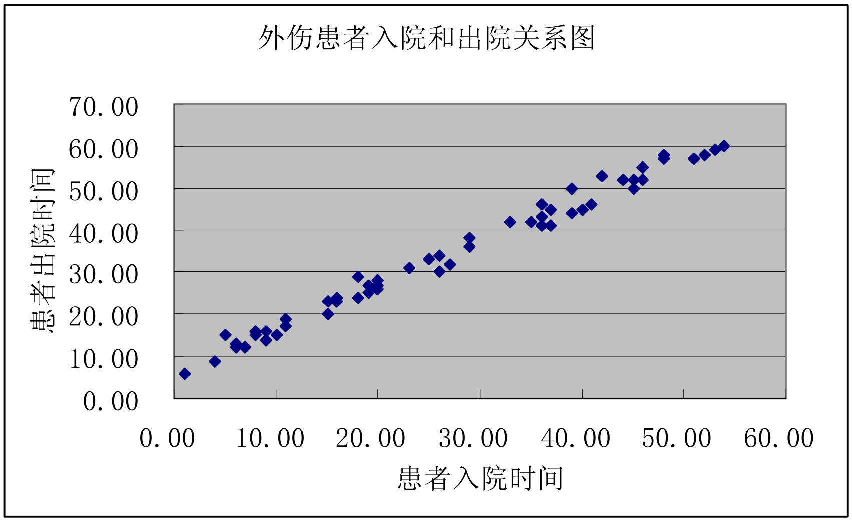

图 4-5　外伤患者入院的时间关系图

依此模型求出外伤患者入院的时间关系拟合曲线：

$$y = 1.0145X - 567.84 \tag{7}$$

根据以上的五个线性拟合方程，通过*matlab*编程求解（程序见附件程序 2），得到了每个患者的出院日期（见附表 2），其中有四个时间在 9 月 11 号之前，我们将其都看作 9 月 12 日出院，通过*Excel*进行数据处理，得到了以下的预测结果：

表 4　出院时间情况表

日期	*星期*	*出院人数*
2008-9-12	星期五	8
2008-9-13	星期六	4
2008-9-14	星期日	6
2008-9-15	星期一	7
2008-9-16	星期二	10
2008-9-17	星期三	17
2008-9-18	星期四	6
2008-9-19	星期五	3
2008-9-20	星期六	3
2008-9-21	星期日	11
2008-9-22	星期一	4

通过线性回归预测得到了 9 月 11 日后 11 天的出院人数，通过对原文附表中已经诊断但是尚未住院病人的统计得到：

表 5　9 月 11 日后 11 天的出院人数情况表

病例	*白内障（双）*	*白内障*	*其他眼科疾病*	*外伤疾病*
等待住院的人数	29	21	51	1

由表中数据可知，等待住院有 102 人，而总共出院有 79 人，显而易见，等待住院的人数要明显多于出院的，对于外伤疾病优先考虑，所以于 2008 年 9 月 12 日安排其入住。

通过对原文附表中各类病人住院时间的统计，发现：

表 6　眼疾平均住院天数情况表

病例	*白内障（双）*	*白内障*	*其他眼科疾病*	*外伤疾病*
平均住院天数	9（8.56）	6（5.24）	12（11.97）	8（7.04）
等待住院人数	29	21	51	—

注：括号中数据为计算所得，而住院天数本文认为向上取整。

所以，通过对外伤疾病的优先考虑后剩下等待安排住院的情况以及外伤疾病的病例 9 月 12 日入院，8 天后出院，即 9 月 20 日出院。那么考虑现有外伤病人出院情况为：

表 7　外伤病人的出院情况表

日期	*星期*	*出院人数*
2008-9-12	星期五	7
2008-9-13	星期六	4
2008-9-14	星期日	6
2008-9-15	星期一	7
2008-9-16	星期二	10
2008-9-17	星期三	17
2008-9-18	星期四	6
2008-9-19	星期五	3
2008-9-20	星期六	4
2008-9-21	星期日	11
2008-9-22	星期一	4

3.模型的求解

通过表 6 可知：白内障（双）9 天即可出院；白内障 6 天即可出院。在安排时，就要考虑到这个情况，即如果先安排白内障（双）、白内障的话，病人在 11 天的时间内还有可能出院，那么这样医院就可以安排更多的病人入住，实现病床更好的利用。这个过程可以表示为：

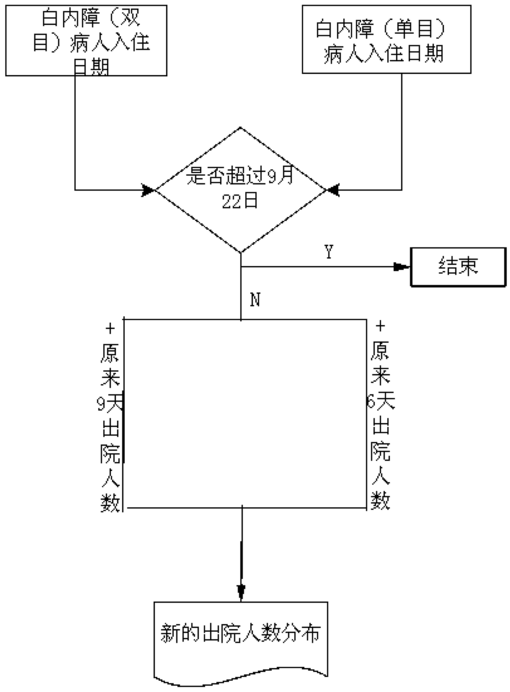

图 6　白内障患者入住动态规划流程图

把日期对应转换成序号，求解下表中的未知量：

表 8　　外伤病人的出院情况表

时间 / *病例*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*等待住院人数*
白内障（双）	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{110}	x_{111}	29
白内障	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{210}	x_{211}	21
其他	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}	x_{37}	x_{38}	x_{39}	x_{310}	x_{311}	51
分布人数	7	4	6	7	10	17	6	3	4	11	4	—

根据文中的要求，应尽量使得白内障（双）患者和白内障患者先入院，白内障手术一般安排在住院后 1、2 天，那么最好优先考虑将白内障患者安排在星期六、星期日、星期一、星期二；又由于白内障（双）患者星期一对一只眼做手术，星期三做另一只，白内障（双）患者优先安排在星期六、星期日。

目标函数为使得未住进院的人数最少，以下建立动态规划模型：

$$\min = 101 - \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{11} x_{ij}$$

$$
s.t.\begin{cases}
x_{12}+x_{13}+x_{19}+x_{10}\le 29\\
x_{22}+x_{23}+x_{24}+x_{25}+x_{29}+x_{210}+x_{211}\le 21\\
\sum_{j=1}^{11}x_{3j}\le 51\ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i1}=7\\
\sum_{i=1}^{3}x_{i2}=4\ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i3}=6\\
\sum_{i=1}^{3}x_{i4}=7\ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i5}=10\\
\sum_{i=1}^{3}x_{i6}=17\ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i7}=6+x_{21}\\
\sum_{i=1}^{3}x_{i8}=3+x_{22}\ \ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i9}=4+x_{23}\\
\sum_{i=1}^{3}x_{i10}=11+x_{24}+x_{11}\ \ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i11}=4+x_{25}+x_{12}\\
x_{ij}\text{为自然数},(i=1,2,3;\ j=1,2....11)
\end{cases}\tag{8}
$$

用*lingo*编程（见程序 3）求得各类病人住院安排，见下表：

表 9　 结果一览表

时间序列 / *病例*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*等待住院的人数*
白内障（双）	6	1	—	7	—	13	—	—	—	1	—	29
白内障	1	—	6	—	—	1	7	—	—	—	—	21
其他	—	3	—	—	10	3	—	3	10	16	5	51
新的空床分布	7	4	6	7	10	17	7	3	10	17	5	—

对于同类病人的具体安排依照先来先住院的原则给同类病人安排入院，结果至少剩下 8 个病人无法安排。

4. 模型的检验

对所求结果运用问题一中的指标体系进行检验。在此，依据 *FCFS* 原则和模型Ⅱ提出的方法，运用 *Excel* 进行处理得到：

表 10　改进后眼科入住情况与原来对比表

	入院人数（人）	*出院人数*	*出院者平均住院日*	*等待时间*	*CD 型率*	*周转次数*
FCFS 法	89	90	10.02	13.09	0.01	1.13
改进后	101	94	9.32	12.29	0.01	1.23

根据问题一中的秩和比法进行检验，得到：

表 11 进后眼科入住情况与原来对比表

	CD 型率	*平均等待时间*	*病床周转次数*	*出院者平均住院日*	RSR
FCFS 法	0.01(1.5)	13.09(1)	1.13(1)	10.02(1)	0.5625
改进后	0.01(1.5)	12.29(2)	1.23(2)	9.32(2)	0.9375

RSR 值越大，说明方案的综合性越好，可见表 11 中改进后的 *RSR* 值大于 *FCFS* 法的 *RSR* 值（$0.9375>0.5625$），显然改进后的方案更好，即改进后的方案可行。

三、问题三的分析与求解

1. 对问题的分析

经过初步分析，假定病人从问诊到手术后出院符合多服务台性质的等待制排队系统模型，针对条件符合的规则提出了$M/M/C(C\geq 2)$模型。接下来，我们对已知的数据进行泊松分布检验（见程序 5），以验证假设的正确性。

2. 模型的准备

实际中的排队系统各有不同，但概括起来都是由3个基本部分组成的：输入过程、排队规则及服务机制。结合本文可以从排队系统的三个方面分析假设：

⑴输入过程：

①病人总体是无限源总体；

②病人到达方式是单个到达；

③平均每天门诊人数和平均服务时间，选取2008-7-13至2008-9-11的医院统计数据，进行并且通过了泊松分布检验（检验程序见程序4），服务时间符合负指数分布。

⑵排队规则：

本文是等待制服务系统，遵循先来先服务规则。

⑶服务机构：

该排队模型为并联多服务台服务机构，服务方式为单个服务，每位病人住院时间符合负指数分布。

⑷符号表示：

排队模型的记号是 20 世纪 50 年代初由$D.\ G.\ Kendall$ 引入的，通常用到六个符号并取如下格式：

$$X/Y/Z/A/B/C$$

该记号称为$Kendall$记号，其中：

X表示顾客相继到达排队系统的时间间隔分布；

Y表示服务时间的分布；

Z表示服务台的个数或服务通道数；

A表示排队系统的容量，即可容纳的最多顾客数；

B表示顾客源的数目；

C表示服务规则。

若$Kendall$记号中略去了后面三项，则是指$X/Y/Z/\infty/\infty/FCFS$，如$M/M/C(C\geq 2)$表示一个顾客的到达时间间隔服从负指数分布、服务时间为负指数分布、C个服务台、系统容量为无限（等待制）、顾客源无限、排队规则为先来先服务的排队模型。$G/M/S/\infty$表示S个单服务台、服务时间为负指数分布、顾客相继到达时间间隔为独立同分布的等待制排队模型。

3. 模型的建立

本文针对问题条件符合的规则提出了$M/M/C(C\geq 2)$模型。此模型是输入过程为泊松输入,服务时间为负指数分布，并具有多服务台的等待制排队系统模型。

其中可以用来衡量一个排队系统的工作状况的主要指标有队长和队列长。队长和队列长是顾客和服务机构都关心的指标，它涉及系统需要的空间大小；逗留时间也是衡量系统工作状态的一个重要指标，每个顾客都是希望逗留时间越短越好；此外，衡量服务系统的工作状况的指标还有服务台利用系数（称为服务强度，记为ρ）等等。假定系统的患者源和容量都是无限的,患者单队排列,排队规则是先到先服务。

$M/M/C(C\geq 2)$是多服务台的等待制排队系统, 它的各种特征的规定和假设与$M/M/1$模型基本相同。并假定C个服务台并联排列, 各服务台独立工作, 其平均服务率相同, 即$\mu_1=\mu_2=\cdots=\mu_C=\mu$。因此, 该系统的平均服务率为$C\mu$。

在统计平衡状态下, 服务强度$\rho=\dfrac{\lambda}{C\mu}<1.$ (9)

此时, 系统的稳态概率为 $P_0=\left[\sum_{k=0}^{C-1}\frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k+\frac{1}{C!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^C\frac{C\mu}{C\mu-\lambda}\right]^{-1}$

$$P_n=\begin{cases}\dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0, & n\leq C,\\ \dfrac{1}{C!C^{n-C}}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0, n>C.\end{cases}$$

设在任意时刻t, 系统中有n个患者的概率为$P_n(t)$。当系统达到稳定状态后, $P_n(t)$趋于平衡，且P_n与t无关。此时, 称系统处于统计平衡状态, 并称P_n为统计平衡状态下的稳态概率：

$$P_n=(1-\rho)\rho^n,\quad n=0,1,2\cdots.$$

其中$\rho=\lambda/\mu$表示有效的平均到达率λ与平均服务率μ之比$(0<\rho<1)$。同时可以求出$M/M/C(C\geq 2)$模型主要指标为：

①在系统中的平均患者数(平均队长) L_s：

$$L_s=L_q+C_\rho \tag{10}$$

②在队列中等待的平均患者数(平均队列长) L_q：

$$L_q=\sum_{n=C+1}^{\infty}(n-C)P_n=\frac{(C\rho)^C}{C!(1-\rho)^2}\rho P_0 \tag{11}$$

③ 患者在系统中平均逗留时间W_s：

$$W_s=\frac{L_s}{\lambda} \tag{12}$$

④ 患者在队列中平均等待时间W_q：

$$W_q=\frac{L_q}{\lambda} \tag{13}$$

4. 模型的求解

当前病人的排队已经越来越长，病人无法提前知道自己可以入院的时间，很多病人可能重新选择医院，对于医院来说，损失掉一大部分的病人，现在我们根据排队理论建立模型，此模型能根据当时住院病人以及等待住院病人的统计情况，得出病人的等待时间，从而在病人门诊时即告知其大致入院时间。

根据排队理论，首先我们确定了排队系统中的两个重要指标，即平均每天门诊人数和平均服务时间。

我们利用*Excel*进行数据处理，得到两个系数值：

$$\begin{cases}\lambda=8.68\\ u=1/9.02\end{cases} \tag{14}$$

然后通过*matlab*编程求解，这里部分结果需要取整数值，采用向下取整加 1 的方法，得

到以下结果：

$$\begin{cases} \rho = 0.9911 \\ ld = 101 \\ L = 179 \\ w = 21 \\ wq = 12 \end{cases} \tag{15}$$

在现行的入住方法下病人要等 12 天才可入院，此时 $\rho < 1$，即医院的等待制排队模型还可以控制在稳态状况下，于是我们求出一个从稳态到非稳态的临界值 $\lambda = 8.758$，只要医院的每天平均门诊人数超过临界值，医院的排队模型就是一个非稳态状况，造成的结果就是等待住院的人会越来越长。

四、问题四的分析与求解

1. 对问题的分析

问题四中由于星期六、星期日不做手术，这必然将会对模型的安排产生影响，所以问题二中建立的模型必然要进行修改。

通过对题目的分析，由于通常情况下其他眼科手术与白内障手术（急症除外）不安排在同一天做，即不在星期一、星期三做手术，加上题目中新给的条件，那么综合所有的约束条件，其他眼科疾病的病人（急症除外）不能在星期六、星期日、星期一、星期三做手术，再结合入院的其他眼科手术病人大致住院以后 2-3 天内就可以接受手术，从病床资源有效利用的角度来看，不应该安排其他眼科疾病病人在星期四、星期五入院。

目前该院是每周一、三做白内障手术，此类病人的术前准备时间只需 1、2 天，所以白内障病人入院时间优先考虑星期六、星期日、星期一、星期二；白内障（双）手术方案是周一先做一只，周三再做另一只，则优先考虑星期六、星期日入院。

2. 模型的准备

如此，通过问题二已建立的线性规划模型，只要把新的约束条件加进去，即可得到新的入院安排可行表：

表 12　新的入院安排可行表

病例 \ 星期	日	一	二	三	四	五	六
白内障（双）	优先	可行	可行	可行	可行	可行	优先
白内障	优先	优先	优先	可行	可行	可行	优先
其他眼科疾病	可行	可行	可行	可行	不行	不行	可行
外伤	可行	可行	可行	可行	可行	可行	可行

由表12可知，由于外伤眼疾属于急诊，所以先行处理。之后，由入院安排的可行表，在新的约束条件下结合动态规划，使得未能入院的人最少。

3. 模型的建立

由前面的分析，通过对问题二的模型进行修改，可得：

$$\min = 101 - \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{11} x_{ij}$$

$$
s.t.\begin{cases}
x_{12}+x_{13}+x_{19}+x_{10}\le 29 \\
x_{22}+x_{23}+x_{24}+x_{25}+x_{29}+x_{210}+x_{211}\le 21 \\
\sum_{j=1}^{11}x_{3j}\le 51\ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i7}=6+x_{21} \\
\sum_{i=1}^{3}x_{i1}=7\ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i8}=3+x_{22} \\
\sum_{i=1}^{3}x_{i2}=4\ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i9}=4+x_{23} \\
\sum_{i=1}^{3}x_{i3}=6\ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i10}=11+x_{24}+x_{11} \\
\sum_{i=1}^{3}x_{i4}=7\ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i11}=4+x_{25}+x_{12} \\
\sum_{i=1}^{3}x_{i5}=10\ ,\sum_{i=1}^{3}x_{i6}=17 \\
x_{31}=0，\ x_{37}=0,\ x_{38}=0 \\
x_{ij}\text{为自然数},(i=1,2,3;\ j=1,2....11)
\end{cases}
\tag{14}
$$

4. 模型的求解

运用*lingo*软件（见程序4）对模型进行求解得到不同病例出住院情况：

表 13 不同病例出住院情况表

时间序列 / *病例*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*等待住院的人数*
白内障（双）	7	1	—	—	10	10	—	—	—	1	—	29
白内障	—	—	—	6	—	—	6	3	—	—	—	21
其他	—	3	6	1	—	7	—	—	4	24	5	51
空床分布	7	4	6	7	10	17	6	3	4	25	5	—

由表13的结果分析，剩下未能住院的人数仍然为8个。接下来对手术安排进行分析得到表14和表15。

表 14 问题二中的手术安排表

星期 / 病例	五	六	日	一	二	三	四	五	六	日	一
白内障（双）	6	1	—	7(7)	—	13	—	—	—	1	(21)
白内障	1	—	6	(7)	—	1	7	—	—	—	(8)
其他	—	3	—	—	10(3)	3	—	3	10	16(3)	5

注：括号内为动手术的人数

表 15 新约束条件下的手术安排

星期 / 病例	五	六	日	一	二	三	四	五	六	日	一
白内障(双)	7	1	—	(8)	10	10	—	—	—	1	(21)
白内障	—	—	—	6	—	(6)	6	3	—	—	(9)
其他	—	3	6	1	(9)	7	(1)	(7)	4	24	5

注：括号内为动手术的人数

由表14和表15的比较可知：手术的安排需要变动。通常情况下其他眼科手术与白内

障手术（急症除外）不安排在同一天做，即不在星期一、星期三做手术，那么在星期六和星期日入院的其他眼疾的病人最优安排在星期二做，对表14和表15的分析可知：

①白内障（双）的病人手术安排变动：

9月15日由原来的7人做手术变成现在的8人做手术；

9月22日做手术的人数不变；

②白内障的病人手术安排变动：

9月15日由原来的7人做手术，变成现在的无人做手术；

9月17日由原来的无人做手术到现在的6人做手术；

9月22日由原来的8人做手术变成现在的9人做手术；

③其他眼疾的病人手术安排变动：

9月16日由原来3人做手术变成现在的9人做手术；

9月18、19日安排10人手术，9月19、20日安排3人手术，变成现在的1人在9月18日做手术，7人在9月19日做手术；

9月23日由原来的26人安排做手术，变成现在的28人做手术；

9月25日原来有5人做手术，没有变动。

五、问题五的分析与求解

1.问题的分析

问题要求所有病患的逗留时间最短，逗留时间＝等待时间＋住院时间，我们从三方面来考虑这个问题：

①各类病患平均每天门诊人数；

②各类病患平均逗留时间；

③各类病患人数的比例；

2.模型的准备

根据2008-7-13到2008-9-11的数据，得到下表：

表16　各种病患优化情况表

	外伤	*白内障*	*白内障（双）*	*其他眼疾*
平均每天门诊人数（人）	1	1.77	2.19	3.81
平均逗留时间（天）	8.03	17.65	21.07	24.43
占总住院人数的比例	0.12	0.19	0.25	0.44

3.模型的建立

针对问题五建立线性规划模型，假设每一类病患的床位分布为x_1，x_2，x_3，x_4建立目标函数，得到以下优化模型：

$$\min z=(1\times8.03-x_1)\times8.03+(1.77\times17.65-x_2)\times17.65+(2.19\times21.07-x_3)+(3.81\times24.43-x_4)\times24.43$$

$$
s.t.\begin{cases}
x_1+x_2+x_3+x_4=79 \\
x_1/(x_1+x_2+x_3+x_4)\le\dfrac{64}{530} \\
x_2/(x_1+x_2+x_3+x_4)\le\dfrac{100}{530} \\
x_3/(x_1+x_2+x_3+x_4)\le\dfrac{133}{530} \\
x_4/(x_1+x_2+x_3+x_4)\le\dfrac{233}{530}
\end{cases} \tag{15}
$$

4. 模型的求解

通过*lingo*求解（程序见程序6），得到最后结果：

表 17　结果一览表

病例	分配床数
外伤患者	9.54
白内障患者	14.9
白内障（双）患者	19.8
其他眼科疾病	34.7

根据实际问题取整，外伤患者安排9张床，白内障患者安排15张床，白内障（双）患者安排20张床，其他眼科疾病患者安排35张床。总逗留时间为2256天，平均逗留时间为12.6天。原问题中平均住院时间为9.37天，平均逗留时间为19.9天。按比例分配的病床分配模型平均逗留时间比原有的模型减少，但又大于平均住院时间，从这方面看，结果还是合理。我们留出了9张病床应急，足可以在病床周转期内满足应急，白内障（双）患者的病床占所有白内障患者病床的60%，与题目中所给的白内障（双）患者占总数的60%相符，白内障总的床位数和其它眼科疾病患者床位数比例接近1:1，与这两大类患者比例接近1:1相符，故安排也合理。

§6 模型的灵敏度分析

1．对病床安排的动态规划模型的灵敏度分析

对问题2中的病床安排的动态规划模型，由于外伤眼疾属于急症，一有空床就优先安排，而在模型建立中没有考虑2008-9-11之后外伤眼疾病人来门诊的情况，现在就此因素加以考虑，在此假设，从2008-9-12到2008-9-22平均每天有一个外伤病人来门诊，且外伤眼疾病人8天即可出院，于是得到下表：

表 18　每天一个外伤病人的病床安排表

序列 / *病例*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*等待住院人数*
白内障（双）	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{110}	x_{111}	29
白内障	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{210}	x_{211}	21
其他	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}	x_{37}	x_{38}	x_{39}	x_{310}	x_{311}	51
外伤	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11
空床分布	7(6)	4(3)	6(5)	7(6)	10(9)	17(16)	6(5)	3(2)	4(4)	11(11)	4(4)	—

注：括号为除去外伤眼疾后的空床分布

运用模型 2 的动态规划方法将其中的约束条件加入外伤眼疾的因素，重新建模，并借助 *lingo* 软件编程，得到下表：

表 19　结果一览表（1）

病例＼时间序列	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	等待住院的人数
白内障（双）	3	3	—	2	—	—	8	—	—	10	—	29
白内障	3	—	5	4	—	—	—	—	—	—	—	21
其他	—	—	—	—	9	16	—	2	9	8	7	51
外伤眼疾	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	—
新的空床分布	7	4	6	7	10	17	9	3	10	19	8	—

未能安排入院的人数最少为12人。

在此再一次假设，从2008-9-12号到2008-9-22号平均每天有2个外伤病人来门诊，且外伤眼疾病人8天即可出院，于是得到下表：

表 20　每天两个外伤病人的病床安排表

病例＼序列	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*等待住院人数*
白内障（双）	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{110}	x_{111}	29
白内障	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{210}	x_{211}	21
其他	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}	x_{37}	x_{38}	x_{39}	x_{310}	x_{311}	51
外伤	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	22
空床分布	7(5)	4(2)	6(4)	7(5)	10(8)	17(15)	6(4)	3(1)	4(4)	11(11)	4(4)	—

注：括号为除去外伤眼疾后的空床分布

运用模型2的动态规划法将其中的约束条件加入外伤眼疾的因素，重新建模，并借助 *lingo* 软件编程，得到下表：

表21　结果一览表（2）

病例＼时间序列	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	等待住院的人数
白内障（双）	4	2	—	—	—	15	—	—	4	2	—	29
白内障	1	—	—	2	8	—	—	—	—	—	—	21
其他	—	—	4	3	—	—	5	1	—	15	14	51
外伤眼疾	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	—
新的空床分布	7	4	6	7	10	17	7	3	6	19	16	—

未能入院的人数最少为21人。

随着外伤病人看门诊的人数增加，将导致不能入院的人数迅速增加，那么在建模时不能轻易忽略外伤病人的情况。

因此建议医院根据经验值求出外伤病人在一周内来看门诊的分布，并在建模时加以考虑，这样的模型更接近实际。

2．等待制排队模型的灵敏度分析

本文在求解过程发现 w_q 对于等待入院人数和平均服务时间的变化非常敏感，在此为了了解它们之间的具体关系，特做一个灵敏度分析。在问题三中已经说明只对模型的稳态进行分析，由于在短期内服务时间比较稳定，几乎不变，所以通过服务强度 $\rho_s = \dfrac{\lambda}{s\mu}$ 求出了稳态与非稳态之间的平均等待入院人数的临界值为8.758。因此本文从已知数据的

平均等待入院人数8.68到8.75按0.01的步长取值做灵敏度分析，得到：

表 22　平均等待入院人数灵敏度分析表

λ	8.68	8.69	8.70	8.71	8.72	8.73	8.74	8.75
ρ_s	0.9911	0.9922	0.9933	0.9945	0.9956	0.9968	0.9979	0.9991
w_q	11.5724	13.4367	15.9419	19.4863	24.8833	34.0960	53.3744	119.0356

并且由*matlab*得到了λ和w_q的关系图：

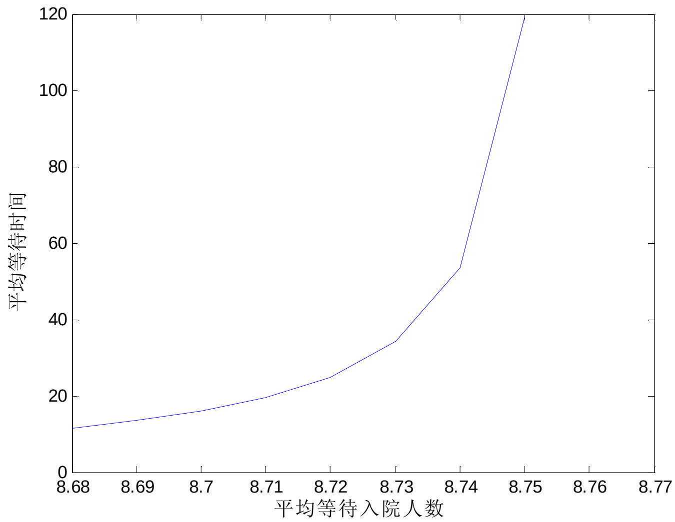

图 6　λ和w_q的关系图

从图中可知，平均等待时间随着平均等待入院人数的增加而急剧增加。尤其在接近临界值时，平均等待时间趋向无穷大。如果医院放任不管，那么病床安排的不合理将会导致平均等待入院人数随着时间增加而增加，继而导致平均等待时间大幅度增加，会导致等待入院的病人选择其他医院，使医院的利益受损。因此，医院应该通过病床的合理安排，使平均等待入院人数维持在一定范围内，避免其接近临界值，甚至由稳态变成不稳态。

§7 模型的评价与推广

一. 模型的优缺点

1. 优点：

①本文建立的医院眼科病床使用情况评价指标体系包括病床动态周转率、*CD*型率、出院者平均住院日、每周平均等待时间四个统计指标，比较全面、准确和客观。将出院者平均住院日列入指标体系，是考虑到其计算公式的分子与病床使用密切相关；将*CD*型率列入指标体系，是考虑到眼科疾病的急症和非急症与病床使用密切相关。

②秩和比表明不同计量单位多个指标的综合水平，秩和比法避免了单指标评价的片面性。因而可以很好的评价医院眼科病床使用情况，同时也能推广应用于同一等级院际之间或同一医院不同历史时期的评价。

③通过灵敏度分析使本文建立的模型更具有实际意义，增加了应用价值。

2. 缺点：

①第一问仅仅选取的四个具有代表性的指标，并不能全面评价医院眼科病床使用情况，同时也具有一定主观性，也就相应增加了误差；

②在用拟合法处理数据中，拟合的曲线不是十分精确。

二. 模型的推广

本文模型如果再加以各科室之间病床互补和病人因等待入院时间过长而转院的因素，可以对医院整体的策略提供决策依据，而不仅限于某个科室，更有利于医院对病床作出合理安排。

针对问题一运用的秩和比法可以很好的评价医院眼科病床使用情况，同时也能推广应用于同一等级院际之间或同一医院不同历史时期的评价。

模型Ⅳ又综合考虑费用的限制，确定最佳治疗方案，给其他病患者提供参考，有助于患者根据自己的经济情况、患病状况进行选择治疗方案。

参考文献

[1]王俊祥．调度算法的分析与评价[J].计算机与信息技术．2006，8：74-76；
[2]胡运权,郭耀煌.运筹学教程[M].第2版　北京:清华大学出版社,2006；
[3]孟玉珂．排队论基础及应用[M]．上海：同济大学出版社，1989．10；
[4]田凤调．秩和比法的应用[M]．北京：人民卫生出版社．2002，23-31；
[5]吴小青．医院病床利用与需求分析[J]．中国医院统计．1996，3(2)：93；
[6]吴希.医院门诊系统的排队过程模型[J]．中国医药导报．2007，9：131-132；
[7]孙荣恒.排队论基础[M]．北京:科学出版社,2002；
[8]褚方亮,王汝芬,常永亮.某医院工作质量的秩和比综合评价效果[J].社区医学杂志.2008,1:25-26；
[9]胡守信，李柏年．基于*MATLAB*的数学实验[M]．北京：科学出版社，2004．3；

附 录

附录一

程序 1

```
% probit 值与 RSR 值关系拟合图程序
x=[3.82 ; 4.33;  4.68 ; 5 ; 5.32 ;5.67;  6.15 ;  6.87];
y=[0.40625;0.46875;0.53125;0.53125;0.56250;0.56250;0.71875;0.71875];
 plot(x,y,'*r')
%[b,bint,r,rint,s]=regress(y,x)
xlabel('probit值')
ylabel('RSR值')
title('probit值与RSR值关系拟合图')
```

程序 2

```
%拟合程序
x=[1, 3.82 ; 1 ,4.33;  1 ,4.68 ; 1 ,5 ; 1 ,5.32 ; 1 ,5.67;  1 ,6.15 ; 1,
6.87];
y=[0.40625;0.46875;0.53125;0.53125;0.56250;0.56250;0.71875;0.71875];
 y1=0.1085*x+0.0092
[b,bint,r,rint,s]=regress(y,x)
```

程序 3

```
%问题 2 的求解程序
 model:
 sets:
 date/1,2..11/:out;
 ill/bs,bd,qt/:wait;
 zh(ill,date):volume;
 endsets
 data:
 out=7 4 6 7 10 17 6 3 4 11 4;
 wait=29 21 51;
 enddata
 min=101-@sum(zh(i,j):volume(i,j));
 @sum(date(j)|j#ge#2#and#j#le#3:volume(1,j))
 +@sum(date(j)|9#ge#j#le#10:volume(1,j))=wait(1);
 @sum(date(j)|j#ge#2#and#j#le#5:volume(2,j))
 +@sum(date(j)|9#ge#j#le#11:volume(2,j))=wait(2);
 @sum(date(j):volume(3,j))<=wait(3);
 @for(date(j)|j#le#6:@sum(ill(i):volume(i,j))=out(j));
  @for(date(j)|j#ge#7 #and#
  j#le#9:@sum(ill(i):volume(i,j))=out(j)+volume(2,j-6));
 @for(date(j)|j#ge#10 #and# j#le#11:
 @sum(ill(i):volume(i,j))=out(j)+volume(2,j-6)+volume(1,j-9));
 @for(ill(i):@for(date(j):@gin(volume(i,j))));
```

```
end
```

程序 4

```
%问题四求解程序
model:
sets:
date/1,2..11/:out;
ill/bs,bd,qt/:wait;
zh(ill,date):volume;
endsets
data:
out=7 4 6 7 10 17 6 3 4 11 4;
wait=29 21 51;
bc=79;
enddata
min=101-@sum(zh(i,j):volume(i,j));
@sum(date(j)|j#ge#2#and#j#le#3:volume(1,j))
+@sum(date(j)|9#ge#j#le#10:volume(1,j))=wait(1);
@sum(date(j)|j#ge#2#and#j#le#5:volume(2,j))
+@sum(date(j)|9#ge#j#le#11:volume(2,j))=wait(2);
@sum(date(j):volume(3,j))<=wait(3);
volume(3,1)=0;
volume(3,7)=0;
volume(3,8)=0;
@for(date(j)|j#le#6:@sum(ill(i):volume(i,j))=out(j));
 @for(date(j)|j#ge#7 #and#
 j#le#9:@sum(ill(i):volume(i,j))=out(j)+volume(2,j-6));
@for(date(j)|j#ge#10 #and# j#le#11:
@sum(ill(i):volume(i,j))=out(j)+volume(2,j-6)+volume(1,j-9));
@for(ill(i):@for(date(j):@gin(volume(i,j))));
end
```

程序 5

```
%泊松分布检验程序
function f=p_judge(A,alpha)
%本程序用于判别所给数据源在置信率为0.05时的概率分布形式。A的形式为n×1。
[mu,sigma]=normfit(A);
p1=normcdf(A,mu,sigma);
[H1,s1]=kstest(A,[A,p1],alpha)
n=length(A);
if H1==0
disp('该数据源服从正态分布。')
else
disp('该数据源不服从正态分布。')
end
phat=gamfit(A,alpha);
```

```
p2=gamcdf(A,phat(1),phat(2));
[H2,s2]=kstest(A,[A,p2],alpha)
if H2==0
disp('该数据源服从γ分布。')
else
disp('该数据源不服从γ分布。')
end
lamda=poissfit(A,alpha);
p3=poisscdf(A,lamda);
[H3,s3]=kstest(A,[A,p3],alpha)
if H3==0
disp('该数据源服从泊松分布。')
else
disp('该数据源不服从泊松分布。')
end
mu=expfit(A,alpha);
p4=expcdf(A,mu);
[H4,s4]=kstest(A,[A,p4],alpha)
if H4==0
disp('该数据源服从指数分布。')
else
disp('该数据源不服从指数分布。')
end
%排队模型程序
clc
clear
sum=0;m=79;p=8.68*9.02;ps=8.68*9.02/79
for k=0:1:m-1
sum=sum+(p^k)/(factorial(k));
end
sum;
p0=1/(sum+(p^m)/(factorial(m)*(1-ps)));
ld=(p0*(p^m)*ps)/(factorial(m)*((1-ps)^2))
L=ld+p
w=L/8.68
wq=w-9.02
```

程序 6

```
%优化模型
min=(1*8.03-x1)*8.03+(1.77*17.65-x2)*17.65+(2.19*21.07-x3)*21.07+(3.81*
24.43-x4)*24.43;
x1+x2+x3+x4=79;
x1/(x1+x2+x3+x4)<=64/(64+100+133+233);
x2/(x1+x2+x3+x4)<=100/(64+100+133+233);
x3/(x1+x2+x3+x4)<=133/(64+100+133+233);
```

```
x4/(x1+x2+x3+x4)<=233/(64+100+133+233);
```

程序 7

```
%灵敏度分析
clc
clear
wq=[];
for a=8.68:0.01:8.75
sum=0;m=79;p=a*9.02;ps=a*9.02/79
for k=0:1:m-1
sum=sum+(p^k)/(factorial(k));
end
sum;
p0=1/(sum+(p^m)/(factorial(m)*(1-ps)));
ld=(p0*(p^m)*ps)/(factorial(m)*((1-ps)^2));
L=ld+p;
w=L/a;
wq=[wq,w-9.02];
end
wq
a=8.68:0.01:8.75
plot(a,wq)
```

附录二

附表 1　百分率与概率单位换算表

百分率%	概率(机率)	百分率%	概率(机率)
0	—	31	4.5041
1	2.6737	32	4.5323
2	2.9463	33	4.5601
3	3.1192	34	4.5875
4	3.2493	35	4.6147
5	3.3551	36	4.6415
6	3.4452	37	4.6681
7	3.5242	38	4.6945
8	3.5949	39	4.7207
9	3.6592	40	4.7467
10	3.7184	41	4.7725
11	3.7735	42	4.7981
12	3.825	43	4.8236
13	3.8736	44	4.849
14	3.9197	45	4.8743
15	3.9636	46	4.8996

16	4.0055	47	4.9247
17	4.0458	48	4.9498
18	4.0846	49	4.9749
19	0.1221	50	5.000 0
20	4.1584	51	5.0251
21	4.1936	52	5.0502
22	4.2278	53	5.0753
23	4.2612	54	5.1004
24	4.2937	55	5.1257
25	4.3255	56	5.151
26	4.3567	57	5.1764
27	4.3872	58	5.2019
28	4.4172	59	5.2275
29	4.4466	60	5.2533
30	4.4756	61	5.2793
百分率%	概率(机率)	百分率%	概率(机率)
62	5.3055	81	5.8779
63	5.3319	82	5.9154
64	5.3585	83	5.9542
65	5.3853	84	5.9945
66	5.4125	85	6.0364
67	5.4399	86	6.080 3
68	5.4677	87	6.1264
69	5.4959	88	6.175
70	5.5244	89	6.2265
71	5.5534	90	6.2816
72	5.5828	91	6.3408
73	5.6128	92	6.4051
74	5.6433	93	6.4758
75	5.6745	94	6.5548
76	5.7063	95	6.6449
77	5.7388	96	6.7507
78	5.7722	97	6.8808
79	5.8064	98	7.0537
80	5.8416	99	7.3263

附表二：出院日期预测表

视网膜疾病	*2008-8-15*	*2008-8-29*	*2008-8-31*	*/*	*2008-9-12*
视网膜疾病	2008-8-16	2008-8-29	2008-8-31	/	2008-9-12
白内障(双眼)	2008-8-19	2008-9-1	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-12
青光眼	2008-8-19	2008-9-1	2008-9-4	/	2008-9-12
视网膜疾病	2008-8-19	2008-9-1	2008-9-4	/	2008-9-13
视网膜疾病	2008-8-19	2008-9-1	2008-9-4	/	2008-9-13
白内障(双眼)	2008-8-19	2008-9-1	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-12
视网膜疾病	2008-8-19	2008-9-2	2008-9-4	/	2008-9-14
视网膜疾病	2008-8-19	2008-9-3	2008-9-5	/	2008-9-15
白内障(双眼)	2008-8-19	2008-9-3	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-14
白内障(双眼)	2008-8-19	2008-9-3	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-14
视网膜疾病	2008-8-19	2008-9-3	2008-9-5	/	2008-9-15
白内障	2008-8-19	2008-9-4	2008-9-8	/	2008-9-12
视网膜疾病	2008-8-19	2008-9-4	2008-9-6	/	2008-9-16
视网膜疾病	2008-8-20	2008-9-4	2008-9-6	/	2008-9-16
视网膜疾病	2008-8-20	2008-9-4	2008-9-6	/	2008-9-16
视网膜疾病	2008-8-20	2008-9-4	2008-9-6	/	2008-9-16
视网膜疾病	2008-8-20	2008-9-4	2008-9-6	/	2008-9-16
白内障(双眼)	2008-8-20	2008-9-4	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-15
视网膜疾病	2008-8-21	2008-9-5	2008-9-7	/	2008-9-17
白内障(双眼)	2008-8-22	2008-9-5	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-16
白内障(双眼)	2008-8-22	2008-9-5	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-16
视网膜疾病	2008-8-22	2008-9-5	2008-9-7	/	2008-9-17
青光眼	2008-8-23	2008-9-5	2008-9-7	/	2008-9-16
青光眼	2008-8-23	2008-9-5	2008-9-7	/	2008-9-16

白内障(双眼)	2008-8-23	2008-9-5	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-16
视网膜疾病	2008-8-23	2008-9-6	2008-9-9	/	2008-9-17
白内障(双眼)	2008-8-23	2008-9-6	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-17
白内障(双眼)	2008-8-23	2008-9-6	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-17
青光眼	2008-8-24	2008-9-6	2008-9-9	/	2008-9-17
视网膜疾病	2008-8-24	2008-9-6	2008-9-9	/	2008-9-17
白内障(双眼)	2008-8-24	2008-9-6	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-17
视网膜疾病	2008-8-24	2008-9-6	2008-9-9	/	2008-9-17
视网膜疾病	2008-8-24	2008-9-6	2008-9-9	/	2008-9-17
白内障(双眼)	2008-8-24	2008-9-6	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-17
青光眼	2008-8-24	2008-9-6	2008-9-9	/	2008-9-17
视网膜疾病	2008-8-25	2008-9-6	2008-9-9	/	2008-9-17
视网膜疾病	2008-8-25	2008-9-6	2008-9-9	/	2008-9-17
青光眼	2008-8-25	2008-9-6	2008-9-9	/	2008-9-17
白内障(双眼)	2008-8-25	2008-9-6	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-17
白内障(双眼)	2008-8-25	2008-9-7	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-18
视网膜疾病	2008-8-26	2008-9-7	2008-9-9	/	2008-9-18
白内障	2008-8-26	2008-9-7	2008-9-8	/	2008-9-11
白内障(双眼)	2008-8-26	2008-9-7	2008-9-8	2008-9-10	2008-9-18
视网膜疾病	2008-8-26	2008-9-7	2008-9-9	/	2008-9-18
视网膜疾病	2008-8-27	2008-9-8	2008-9-11	/	2008-9-19
视网膜疾病	2008-8-27	2008-9-8	2008-9-11	/	2008-9-19
白内障	2008-8-27	2008-9-8	2008-9-10	/	2008-9-12
视网膜疾病	2008-8-27	2008-9-8	2008-9-11	/	2008-9-19
白内障(双眼)	2008-8-27	2008-9-9	2008-9-15	2008-9-17	2008-9-20
视网膜疾病	2008-8-28	2008-9-9	2008-9-11	/	2008-9-20

白内障	2008-8-28	2008-9-9	2008-9-10	/	2008-9-13
白内障(双眼)	2008-8-28	2008-9-10	2008-9-15	2008-9-17	2008-9-21
视网膜疾病	2008-8-28	2008-9-10	2008-9-12	/	2008-9-21
视网膜疾病	2008-8-28	2008-9-10	2008-9-12	/	2008-9-21
视网膜疾病	2008-8-28	2008-9-10	2008-9-12	/	2008-9-21
白内障(双眼)	2008-8-28	2008-9-10	2008-9-15	2008-9-17	2008-9-21
白内障(双眼)	2008-8-28	2008-9-10	2008-9-15	2008-9-17	2008-9-21
青光眼	2008-8-28	2008-9-9	2008-9-11	/	2008-9-20
青光眼	2008-8-29	2008-9-10	2008-9-12	/	2008-9-21
视网膜疾病	2008-8-29	2008-9-10	2008-9-12	/	2008-9-21
青光眼	2008-8-29	2008-9-10	2008-9-12	/	2008-9-21
白内障(双眼)	2008-8-29	2008-9-10	2008-9-15	2008-9-17	2008-9-21
视网膜疾病	2008-8-29	2008-9-10	2008-9-12	/	2008-9-21
白内障	2008-8-29	2008-9-11	2008-9-15	/	2008-9-15
白内障(双眼)	2008-8-29	2008-9-11	2008-9-15	2008-9-17	2008-9-22
白内障	2008-8-29	2008-9-11	2008-9-15	/	2008-9-15
白内障(双眼)	2008-8-29	2008-9-11	2008-9-15	2008-9-17	2008-9-22
视网膜疾病	2008-8-30	2008-9-11	2008-9-13	/	2008-9-22
白内障	2008-8-30	2008-9-11	2008-9-15	/	2008-9-15
视网膜疾病	2008-8-30	2008-9-11	2008-9-13	/	2008-9-22
外伤	2008-9-4	2008-9-5	2008-9-6	/	2008-9-13
外伤	2008-9-5	2008-9-6	2008-9-7	/	2008-9-14
外伤	2008-9-5	2008-9-6	2008-9-7	/	2008-9-14
外伤	2008-9-5	2008-9-6	2008-9-7	/	2008-9-14
外伤	2008-9-6	2008-9-7	2008-9-8	/	2008-9-15
外伤	2008-9-8	2008-9-9	2008-9-10	/	2008-9-17
外伤	2008-9-9	2008-9-10	2008-9-11	/	2008-9-18
外伤	2008-9-9	2008-9-10	2008-9-11	/	2008-9-18