



東華理工大學

EAST CHINA INSTITUTE OF TECHNOLOGY

数学建模论文

论文题目：人力资源配置问题

姓名： 胡益共 学号： 08053328 专业： 化工

姓名： 尧志邦 学号： 08053325 专业： 化工

姓名： 王威 学号： 08053314 专业： 化工

2010 年 8 月 4 日

摘要

本文通过建立整数规划模型解决了人力资源分配问题

我们用技术人员每天给公司带来的受益减去他们的日工资总额和在 C、D 工作的管理费得到公司每天直接受益，以公司的直接受益为目标函数，以每个项目对专业技术人员的要求和公司现有的人员结构为约束条件建立整数规划模型，运用 lingo 软件求解，得出分配方案

人员 项目	高级工程师	工程师	助理工程师	技术员
A	1	6	2	1
B	5	3	5	3
C	2	6	2	1
D	1	2	1	0

$$\text{公司每天的最大直接受益: } Q = \max \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij} - S = 27150 \text{ 元}$$

在模型推广中，由于公司人数未达到项目对人数的最大需求量，所以假设公司从人才市场招聘 14 名技术人员，增加公司的受益这样

$$\text{每天公司的直接受益为: } Q' = Q + \Delta Q = 34510 \text{ 元}$$

关键字：整数规划 人力资源分配

一、问题重述

人力资源配置问题

“E 公司”是一家从事电力工程技术的中美合资公司，现有 41 个专业技术人员，其结构和相应的工资水平分布如表 1 所示：

表 1 公司的人员结构及工资情况

人员 工资情况	高级工程师	工程师	助理工程师	技术员
	人数	9	17	10
日工资（元）	250	200	170	110

目前，公司承接 4 个工程项目，其中 2 项是现场施工监理，分别在 A 地和 B 地，主要工作在现场完成；另外 2 项是工程设计，分别在 C 地和 D 地，主要工作在办公室完成。由于 4 个项目来源于不同客户，并且工作的难易程度不一，因此，各项目的合同对有关技术人员的收费标准不同，具体情况如表 2

表 2 不同项目和各种人员的收费标注

项目	人员	高级工程师	工程师	助理工程师	技术员
	收费(元/天)	A	1000	800	600
B		1500	800	700	600
C		1300	900	700	400
D		1000	800	700	500

为了保证工程质量，各项目中必须保证专业人员结构符合客户的要求，具体情况如表 3 所示

表 3 各项目对专业技术人员机构的要求

项目 \ 人员	A	B	C	D
高级工程师	1-3	2-5	2	1-2
工程师	≥ 2	≥ 2	≥ 2	2-8
助理工程师	≥ 2	≥ 2	≥ 2	≥ 1
技术员	≥ 1	≥ 3	≥ 1	---
总计	≤ 10	≤ 16	≤ 11	≤ 18

说明:

(1) 项目 D, 由于技术要求较高, 人员配备必须是助理工程师以上, 技术员不能参加;

(2) 高级工程师相对稀少, 而且是保证质量的关键, 因此, 各项目客户对高级工程师的配备有不能少于一定数目的限制。各项目对其他专业人员也有不同的限制或要求;

(3) 各项目客户对总人数都有限制;

(4) 由于 C, D 两项目是在办公室完成, 所以每人每天有 50 元的管理费开支; 由于收费是按人工计算的, 而且 4 个项目总共同时最多需要的人数是 $10+16+11+18=55$, 多于公司现有人数 41, 应如何合理地分配现有的技术力量, 使公司每天直接受益最大?

二、模型的合理假设

- 1、在 C、D 项目工作的技术人员所需的管理费由电力公司承担;
- 2、每个技术人员每天都能工作;

三、符号说明

$j=1, 2, 3, 4$ 分别代表高级工程师, 工程师, 助理工程师, 技术员;

$i=1, 2, 3, 4$ 分别代表项目 A, 项目 B, 项目 C, 项目 D;

x_{ij} : 代表 j 从事项目 i 的人数;

c_{ij} : 代表 j 从事项目 i 工作的收费标准;

Q : 代表公司每天的直接受益

s_j : 代表公司每天发给 j 的工资;

n_j : 代表公司每天派出 j 的人数;

S : 代表公司每天发给技术人员的工资总额;

M : 代表公司每天为负责 C、D 两项目专业技术人员每天管理费的开支

四、问题分析

公司每天的直接受益等于技术人员给公司带来的受益减去技术人员的工资总额和在 C、D 工作技术人员的管理费开支，四个项目的需要人员的最大需求量多于公司技术人员的总人数，所以为了使得公司的受益最大，所有的技术人员必须全部派出，这样公司发放的工资总额为定值。我们以公司的直接受益为目标函数，以每个项目对专业技术人员机构的要求和公司现有的人员结构为约束条件建立整数规划模型，运用 lingo 软件求解，得出人员分配方案。

五、模型的建立与求解

模型的建立主要分为以下几个步骤:

- (1) 根据每天专业技术人员给公司带来的收益减去他们的工资和其中部分人员的管理费即为公司的直接受益，结果如表 4。

表 4 不同项目和各种人员的使公司直接受益情况

		人员			
		高级工程师	工程师	助理工程师	技术员
收费(元/天)	A	750	600	430	390
	B	1250	600	530	490
	C	1000	650	480	240
	D	700	550	480	340

- (2) 技术专员人员每天必须全部派出，他们每天工资总额 $S = \sum_{j=1}^4 s_j n_j = 7900$ 元

(3) 建立目标函数 $Q = \max \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij} - S$

各项目对人员的最大需求量:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^4 x_{1j} \leq 10 \\ \sum_{j=1}^4 x_{2j} \leq 16 \\ \sum_{j=1}^4 x_{3j} \leq 11 \\ \sum_{j=1}^4 x_{4j} \leq 18 \end{cases}$$

该公司各层次的人员数最大值:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^4 x_{i1} \leq 9 \\ \sum_{i=1}^4 x_{i2} \leq 17 \\ \sum_{i=1}^4 x_{i3} \leq 10 \\ \sum_{i=1}^4 x_{i4} \leq 5 \end{cases}$$

该公司各层次的人员数最大值:

$$\begin{cases} 1 \leq x_{11} \leq 3 \\ 2 \leq x_{21} \leq 5 \\ x_{31} = 2 \\ 1 \leq x_{41} \leq 2 \\ x_{12} \geq 2 \\ x_{22} \geq 2 \\ x_{32} \geq 2 \\ 2 \leq x_{42} \leq 8 \\ x_{13} \geq 2 \\ x_{23} \geq 2 \\ x_{33} \geq 2 \\ x_{43} \geq 1 \\ x_{14} \geq 1 \\ x_{24} \geq 3 \\ x_{34} \geq 1 \\ x_{44} = 0 \end{cases}$$

该模型运用 lingo 软件进行数值求解。程序见附录，在程序运行结果如下：

$$x_{11} = 1, x_{12} = 6, x_{13} = 2, x_{14} = 1$$

$$x_{21} = 5, x_{22} = 3, x_{23} = 5, x_{24} = 3$$

$$x_{31} = 2, x_{32} = 6, x_{33} = 2, x_{34} = 1$$

$$x_{41} = 1, x_{42} = 2, x_{43} = 1, x_{44} = 0$$

表 5 不同项目和各种人员的公司分配情况

人员 项目	高级工程师	工程师	助理工程师	技术员
A	1	6	2	1
B	5	3	5	3
C	2	6	2	1
D	1	2	1	0

公司每天的最大直接受益：
$$Q = \max \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij} - S = 27150 \text{ 元}$$

即在保证满足项目要求的前提下，根据建立的最大直接受益整数规划模型最后得到的结论是最大直接受益： $Q = 27150 \text{ 元}$

六 模型检验

通过对比表 3 和表 5，可以看出调派的人数完全符合各个项目对各个专业技术人员人数的要求，同时使得公司的直接受益最大，这样的模型是合理的。

七、模型优缺点分析

1、本问题的思想是用技术人员每天给公司带来的受益减去他们的日工资总额和在 C、D 工作的管理费得到公司每天直接受益，建立整数规划模型，运用

lingo 软件对模型进行求解，所以模型的精确性、可靠性较高。

2、公司现有各种技术人员 41 名，而且 4 个项目总共同时最多需要的人数是 55 名，即人员没有达到项目人数的最大需求量

七、模型推广

对模型进行优化

人员 项目	高级工程 师	工程 师	助理工程 师	技术 员	总 数	最大需求 量
A	1	6	2	1	10	10
B	5	3	5	3	16	16
C	2	6	2	1	11	11
D	1	2	1	0	4	18

从上表可以看出 A、B、C 三个项目已经达到了人数的最大需求量，但是 D 项目没有，还差 14 个专业技术人员，现在假设公司从市场招聘所需专业技术人员 14 名，即高级工程师 1 名，工程师 6 名，助理工程师 7 名，每天公司的直接受益增加

$$\Delta Q = 7360 \text{元}$$

$$\text{每天公司的直接受益为: } Q' = Q + \Delta Q = 34510 \text{元}$$

参考文献

- [1] 徐全智 杨晋浩 数学建模 北京：高等教育出版社，2003
- [2] 姜启源. 数学模型 [M]. 北京：高等教育出版社，2003

附程序

```
max=x11*750+x12*600+x13*430+x14*390+x21*1250+x22*600+x23*530+x24*490+
x31*1000+x32*650+x33*480+x34*240+x41*700+x42*550+x43*480+x44*340;
x11+x12+x13+x14<=10;
x21+x22+x23+x24<=16;
x31+x32+x33+x34<=11;
x41+x42+x43<=18;
x11+x21+x31+x41<=9;
x12+x22+x32+x42<=17;
x13+x23+x33+x43<=10;
x14+x24+x34<=5;
x11>=1;
x11<=3;
x12>=2;
x13>=2;
x14>=1;
x21>=2;
x21<=5;
x22>=2;
x23>=2;
x24>=3;
x31=2;
x32>=2;
x33>=2;
x34>=1;
x41>=1;
```

$x_4 \leq 2$;

$x_2 \geq 2$;

$x_2 \leq 8$;

$x_3 \geq 1$;

$x_4 = 0$;