

用 Matlab 实现排队过程的仿真

李鹏 王珊珊

摘要: 排队问题仿真的目的是要寻找服务对象与服务设置之间的最佳配置, 保证系统具有最佳的服务效率与最合理的配置。通过 Matlab 平台对单服务台有限队长的排队系统进行过程仿真, 可以协助设计人员分析顾客的需求, 从而合理规划出符合实际条件的服务设施。

关键词: 排队; Matlab; 仿真实现

1 引言

排队是日常生活中经常遇到的现象, 例如: 出行坐火车, 等待检票进站的排队; 到食堂打饭所形成的排队; 学校打预防针、体检所形成的排队; 看电影、旅游时, 前往售票处购票形成的排队等; 另一种排队是物的排队, 例如: 使用 FTP 或 P2P 下载传递文件; 流水线上生产的产品等待接受检验; 维修室的故障仪器等待维修等。排队现象的要素包括两个方面的内容: 一是需要接受服务的顾客; 二是提供服务的服务台。最近几十年来, 排队理论在计算机网络、通信、交通以及其它公共事业领域的应用越来越广泛, 已成为分析和设计这些系统的一个不可或缺的工具。

Matlab 是美国 Math Works 公司研制开发的一套用于数值计算的交互式软件系统, 具有强大的数值分析、矩阵运算、信息处理、图形显示等功能, 其强大的数据处理能力和丰富的工具箱使得它的编程极为方便。正是基于此原因, 才选择了 Matlab 软件来对 M/M/1/N/∞ 排队模型进行仿真。

2 排队模型

单服务台排队系统的结构模型如图 1 所示。



图 1 单服务台排队系统的结构模型

M/M/1/N/∞ 排队模型表示顾客源为无限, 顾客的到达相互独立, 到达规律服从泊松分布, 平均到达率为 λ ; 单服务台, 队长限制为 N (即系统中最多允许有 N 个顾客在排队, 再来的顾客将被拒绝进入系统), 先到先服务, 各顾客的服务时间相互独立, 且服从负指数分布, 平均服务率为 μ 。

3 问题仿真

3.1 建立顾客信息

采用面向对象的仿真方法, 选取事件发生时刻为仿真时钟。由于 Matlab 中的计算均为矩阵计算, 故利用矩阵形式建立事件参数表 events, 矩阵 events 的行表示顾客的不同参数, 列表示不同的顾客。针对 M/M/1/N/∞ 模型的特点, 建立顾客信息如表 1 所示。

表 1 顾客信息表

矩阵的行	参数含义
events(1, :)	到达时刻
events(2, :)	服务时间
events(3, :)	等待时间
events(4, :)	离开时刻
events(5, :)	标志位

其中, 标志位

$$\text{events}(5,:) = \begin{cases} 0 & \text{表示系统拒绝该顾客,} \\ 1, 2, \dots, N+1 & \text{表示系统接纳该顾客.} \end{cases}$$

3.2 仿真算法原理

建立顾客信息后, 面向对象的仿真模型算法分为以下两步。

3.2.1 顾客信息初始化

(1) 根据到达率 λ 和服务率 μ 来确定每个顾客的到达时间间隔和服务时间间隔。服务间隔时间可以用负指数分布函数 $\text{exprnd}()$ 来生成。由于泊松过程的时间间隔也服从负指数分布, 故亦可由此函数生成顾客到达时间间隔。需要注意的是, $\text{exprnd}()$ 的输入参数不是到达率 λ 和服务率 μ , 而是平均到达时间间隔 $1/\lambda$ 和平均服务时间 $1/\mu$ 。

(2) 根据到达时间间隔, 确定每个顾客的到达时刻。学习过 C 语言的人习惯于使用 for 循环来实现数值的累加, 但 for 循环会引起运算复杂度的增加, 而在 Matlab 仿真环境中, 提

提供了一个方便的函数 `cumsum()` 来实现累加功能,读者可以直接引用。

(3) 对当前顾客进行初始化。第 1 个到达系统的顾客不需要等待就可以直接接受服务,其离开时刻等于到达时刻与服务时间之和。

3.2.2 进队出队仿真

在当前顾客到达时刻,根据系统内已有的顾客数来确定是否接纳该顾客。若接纳,则根据前一顾客的离开时刻来确定当前顾客的等待时间、离开时间和标志位;若拒绝,则标志位置为 0。

仿真的具体流程如图 2 所示。

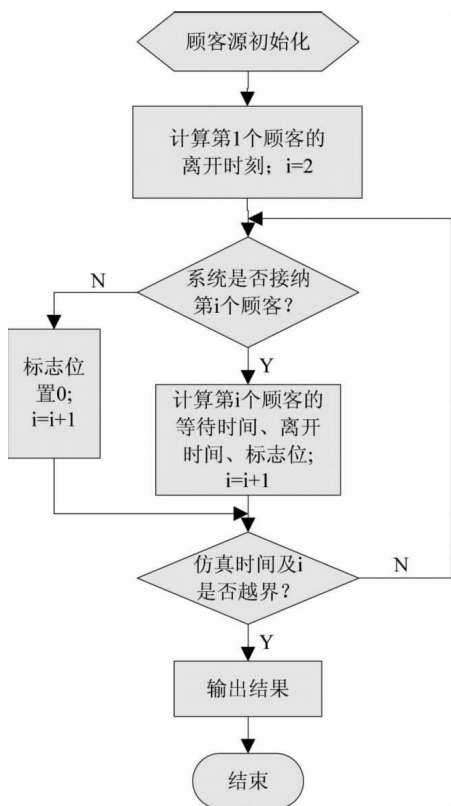


图 2 仿真流程图

4 程序实现

以单服务台的售票处为例,假设各顾客的到达时间间隔和服务时间均服从负指数分布,到达率 $\lambda = 10$ 人/分钟,服务率 $\mu = 6$ 人/分钟,等待队长 $N = 20$ 人,仿真时间 $Total_time = 10$ 分钟。

仿真程序代码编写如下:

```

clear
clc
% *****

```

```

% 初始化顾客源
% *****
%总仿真时间
Total_time = 10;
%队列最大长度
N = 20;
%到达率与服务率
lambda = 10;
mu = 6;
%平均到达时间与平均服务时间
arr_mean = 1/lambda;
ser_mean = 1/mu;
%可能到达的最大顾客数(round:四舍五入求整数)
arr_num = round(Total_time*lambda*2);
%顾客事件表初始化
events = [];
%按负指数分布产生各顾客达到时间间隔
events(1,:) = exprnd(arr_mean,1,arr_num);
%各顾客的到达时刻等于时间间隔的累积和
events(1,:) = cumsum(events(1,:));
%按负指数分布产生各顾客服务时间
events(2,:) = exprnd(ser_mean,1,arr_num);
%计算仿真顾客个数,即到达时刻在仿真时间内的顾客数
len_sim = sum(events(1,:) <= Total_time);
% *****
% 计算第 1 个顾客的信息
% *****
%第 1 个顾客进入系统后直接接受服务,无需等待
events(3,1) = 0;
%其离开时刻等于其到达时刻与服务时间之和
events(4,1) = events(1,1)+events(2,1);
%其肯定被系统接纳,此时系统内共有 1 个顾客,故标志位
%置 1
events(5,1) = 1;
%其进入系统后,系统内已有成员序号为 1
member = [1];
% *****
% 计算第 i 个顾客的信息
% *****
for i = 2:arr_num
%如果第 i 个顾客的到达时间超过了仿真时间,则跳出循环
if events(1,i) > Total_time
break;
%如果第 i 个顾客的到达时间未超过仿真时间,则计算在其
%到达时刻系统中已有的顾客个数
else number = sum(events(4,member) > events(1,i));
%如果系统已满,则系统拒绝第 i 个顾客,其标志位置 0
if number >= N+1
events(5,i) = 0;
%如果系统为空,则第 i 个顾客直接接受服务
else if number == 0
%其等待时间为 0

```

```

events(3,i) = 0;
%其离开时刻等于到达时刻与服务时间之和
events(4,i) = events(1,i)+events(2,i);
%其标志位置 1
events(5,i) = 1;
member = [member,i];
%如果系统有顾客正在接受服务,且系统等待队列未满,则
%第 i 个顾客进入系统
else len_mem = length(member);
%其等待时间等于队列中前一个顾客的离开时刻减去其到
%达时刻
events(3,i)=events(4,member(len_mem))-events(1,i);
%其离开时刻等于队列中前一个顾客的离开时刻加上其服
%务时间
events(4,i)=events(4,member(len_mem))+events(2,i);
%标志位表示其进入系统后,系统内共有的顾客数
events(5,i) = number+1;
member = [member,i];
end
end
end
end
%仿真结束时,进入系统的总顾客数
len_mem = length(member);
%*****
%          输出结果
%*****
%绘制在仿真时间内,进入系统的所有顾客的到达时刻和离
%开时刻曲线图(stairs:绘制二维阶梯图)
stairs([0 events(1,member)],0:len_mem);
hold on;
stairs([0 events(4,member)],0:len_mem,'-r');
legend('到达时间','离开时间');
hold off;
grid on;
%绘制在仿真时间内,进入系统的所有顾客的停留时间和等
%待时间曲线图(plot:绘制二维线性图)
figure;
plot(1:len_mem,events(3,member),'r-*',1:
len_mem,events(2,member)+events(3,member),'k-');
legend('等待时间','停留时间');
grid on;

```

5 仿真结果

使用本程序仿真出的各顾客到达时刻与离开时刻曲线,等待时间与停留时间曲线,如图3、图4所示。

6 结语

通过 Matlab 平台实现了排队论中 M/M/1/N/∞ 模型的过程仿真,以单服务台的售票处为例,详细阐述程序的工作原理,

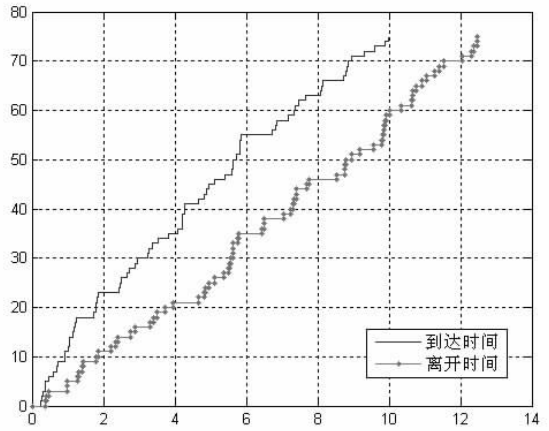


图3 顾客到达时间与离开时间曲线图

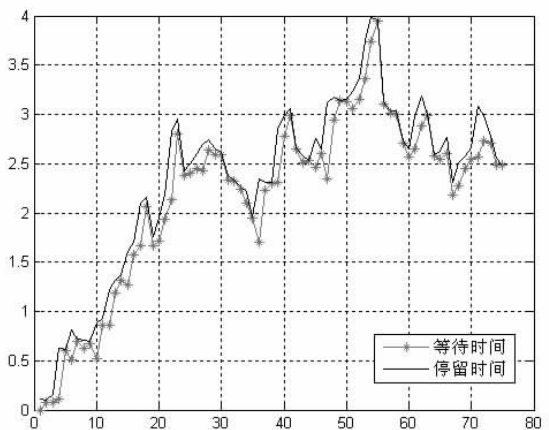


图4 顾客停留时间与等待时间曲线图

并给出了仿真结果。本方法适用于生活中的许多排队案例的分析,进行必要改进即可实现多服务模型的分析,可以为工程设计人员进行排队规划提供参考。

参考文献

- [1] 唐应辉, 唐小我. 排队论—基础与分析技术. 科技出版社, 2006.
- [2] 韩中庚, 郭晓丽, 杜建平, 等. 实用运筹学—模型、方法与计算. 清华大学出版社, 2007.
- [3] Recktenwald, 伍卫国, 万群, 等译. 数值方法和 MATLAB 实现与应用. 机械工业出版社, 2004.
- [4] 高静涛, 史百战. 基于 MATLAB 的排队问题仿真. 武汉工业学院学报, 2006.

(收稿日期: 2009-5-16)