设 $u_{\mathrm{a,s}}$ 是感应电机定子绕组 A 相电压, $u_{\mathrm{b,s}}$ 是感应电机定子绕组 B 相电压, $u_{\mathrm{c,s}}$ 是感应电机定子绕组 C 相电压.

按照式(1)定义电压向量 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} \in \Re^{3\times 1}$:

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} = \begin{bmatrix} u_{\mathrm{a,s}} & u_{\mathrm{b,s}} & u_{\mathrm{c,s}} \end{bmatrix}^T \tag{1}$$

设 $u_{\mathrm{a,r}}$ 是感应电机转子绕组 A 相电压, $u_{\mathrm{b,r}}$ 是感应电机转子绕组 B 相电压, $u_{\mathrm{c,r}}$ 是感应电机转子绕组 C 相电压.

按照式(2)定义电压向量 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}} \in \Re^{3\times 1}$:

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} u_{\mathrm{a,r}} & u_{\mathrm{b,r}} & u_{\mathrm{c,r}} \end{bmatrix}^T \tag{2}$$

设 $i_{\mathrm{a,s}}$ 是感应电机定子绕组 A 相电流, $i_{\mathrm{b,s}}$ 是感应电机定子绕组 B 相电流, $i_{\mathrm{c,s}}$ 是感应电机定子绕组 C 相电流.

按照式(3)定义电流向量 $\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} \in \Re^{3\times 1}$:

$$\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{a,s}} & i_{\mathrm{b,s}} & i_{\mathrm{c,s}} \end{bmatrix}^T \tag{3}$$

设 $i_{\mathrm{a,r}}$ 是感应电机转子绕组 A 相电流, $i_{\mathrm{b,r}}$ 是感应电机转子绕组 B 相电流, $i_{\mathrm{c,r}}$ 是感应电机转子绕组 C 相电流.

按照式(4)定义电流向量 $\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \in \Re^{3\times 1}$:

$$\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{a,r}} & i_{\mathrm{b,r}} & i_{\mathrm{c,r}} \end{bmatrix}^T \tag{4}$$

设 $\psi_{\mathrm{a,s}}$ 是感应电机定子绕组 A 相磁链, $\psi_{\mathrm{b,s}}$ 是感应电机定子绕组 B 相磁链, $\psi_{\mathrm{c,s}}$ 是感应电机定子绕组 C 相磁链.

按照式(5)定义磁链向量 $\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}} \in \Re^{3\times 1}$:

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}} = \begin{bmatrix} \psi_{\mathrm{a,s}} & \psi_{\mathrm{b,s}} & \psi_{\mathrm{c,s}} \end{bmatrix}^T \tag{5}$$

设 $\psi_{\mathrm{a,r}}$ 是感应电机转子绕组 A 相磁链, $\psi_{\mathrm{b,r}}$ 是感应电机转子绕组 B 相磁链, $\psi_{\mathrm{c,r}}$ 是感应电机转子绕组 C 相磁链.

按照式(6)定义磁链向量 $\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}} \in \Re^{3\times 1}$:

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \psi_{\mathrm{a,r}} & \psi_{\mathrm{b,r}} & \psi_{\mathrm{c,r}} \end{bmatrix}^T \tag{6}$$

按照式(7)定义 3 行 3 列的矩阵 $\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}$:

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}} = \begin{bmatrix} L_{\mathrm{s}} - M_{\mathrm{s}} & -M_{\mathrm{s}} & -M_{\mathrm{s}} \\ -M_{\mathrm{s}} & L_{\mathrm{s}} - M_{\mathrm{s}} & -M_{\mathrm{s}} \\ -M_{\mathrm{s}} & -M_{\mathrm{s}} & L_{\mathrm{s}} - M_{\mathrm{s}} \end{bmatrix} \tag{7}$$

其中: $L_{\mathrm{s}} \in \Re$ 且 $M_{\mathrm{s}} \in \Re$.

按照式(8)定义 3 行 3 列的矩阵 $\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}$:

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} L_{\mathrm{r}} - M_{\mathrm{r}} & -M_{\mathrm{r}} & -M_{\mathrm{r}} \\ -M_{\mathrm{r}} & L_{\mathrm{r}} - M_{\mathrm{r}} & -M_{\mathrm{r}} \\ -M_{\mathrm{r}} & -M_{\mathrm{r}} & L_{\mathrm{r}} - M_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \tag{8}$$

其中: $L_{\mathrm{r}} \in \Re$ 且 $M_{\mathrm{r}} \in \Re$.

设初始时刻为 $t_0 \in \Re$, 将 t 时刻感应电机定子接入的系统频率记为 $\omega_{\mathrm{s}}(t)$, $t \geq t_0$.

按照式(9)定义 t 时刻感应电机定子相位 θ_{s}:

$$\theta_{\mathrm{s}}(t) = \theta_{\mathrm{s0}} + \int_{t_0}^{t} \omega_{\mathrm{s}}(\tau)\mathrm{d}\tau,\ \theta_{\mathrm{s0}} \in \Re \tag{9}$$

由式(9)可以得到式(10):

$$\frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{s}}\left(t\right)}{\mathrm{d}t}=\omega_{\mathrm{s}}\left(t\right),\ \ t\geq t_0 \tag{10}$$

将 t 时刻感应电机转子转速记为 $\omega_{\mathrm{r}}\left(t\right),\ t\geq t_0$，并按照式(11)定义 t 时刻感应电机转子位置 θ_{s} :

$$\theta_{\mathrm{r}}\left(t\right)=\theta_{\mathrm{r}0}+\int_{t_0}^{t}\omega_{\mathrm{r}}\left(\tau\right)\mathrm{d}\tau\,,\ \theta_{\mathrm{s}0}\in\Re \tag{11}$$

由式(11)可以得到式(12):

$$\frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{r}}\left(t\right)}{\mathrm{d}t}=\omega_{\mathrm{r}}\left(t\right),\ \ t\geq t_0 \tag{12}$$

按照式(13)定义 3 行 3 列的矩阵 $\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}$:

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}=M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix}\cos\theta_{\mathrm{r}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right)\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \cos\theta_{\mathrm{r}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right)\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \cos\theta_{\mathrm{r}}\end{bmatrix} \tag{13}$$

其中: $M_{\mathrm{sr}}\in\Re$.

式(14)给出了感应电机定子绕组的磁链方程:

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\,\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\,\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \tag{14}$$

式(15)给出了感应电机转子绕组的磁链方程:

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\,\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\,\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \tag{15}$$

根据式(14)和(15)可以得到式(16):

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}\\ \boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T} & \boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}\\ \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix} \tag{16}$$

设定子绕组各相电阻均为 R_{s}，式(17)给出了感应电机定子绕组的电压方程:

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+R_{\mathrm{s}}\,\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} \tag{17}$$

设转子绕组各相电阻均为 R_{r}，式(18)给出了感应电机转子绕组的电压方程:

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+R_{\mathrm{r}}\,\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \tag{18}$$

根据式(17)和(18)可以得到式(19):

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}\\ \boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}R_{\mathrm{s}}\boldsymbol{E} & \boldsymbol{O}\\ \boldsymbol{O} & R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{E}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}\\ \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix} \tag{19}$$

其中: $\boldsymbol{O}$ 是 3 行 3 列的零矩阵.

根据式(7)可以得到式(20):

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{O} \tag{20}$$

其中: $\boldsymbol{O}$ 是 3 行 3 列的零矩阵.

根据式(8)可以得到式(21):

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{O} \tag{21}$$

其中: $\boldsymbol{O}$ 是 3 行 3 列的零矩阵.

按照式(22)定义 3 行 3 列的矩阵 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}$:

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}} = \frac{1}{\omega_{\mathrm{r}}} \cdot \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}}{\mathrm{d}t} \tag{22}$$

将式(13)代入式(22)，得到式(23):

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}} = \frac{1}{\omega_{\mathrm{r}}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(M_{\mathrm{sr}} \begin{bmatrix} \cos\theta_{\mathrm{r}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) \\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \cos\theta_{\mathrm{r}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) \\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \cos\theta_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \right)$$

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}} = -\frac{M_{\mathrm{sr}}}{\omega_{\mathrm{r}}} \cdot \frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \sin\theta_{\mathrm{r}} & \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \sin\theta_{\mathrm{r}} & \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \sin\theta_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \tag{23}$$

将式(12)代入式(24)，得到式(24):

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}} = -M_{\mathrm{sr}} \begin{bmatrix} \sin\theta_{\mathrm{r}} & \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \sin\theta_{\mathrm{r}} & \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \sin\theta_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \tag{24}$$

由式(22)可以得到式(25):

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}}{\mathrm{d}t} = \omega_{\mathrm{r}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}} \tag{25}$$

由式(14)可以得到式(26):

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \right)$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} \right) \boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{s}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}}{\mathrm{d}t} \right) \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \tag{26}$$

式(15)可以得到式(27):

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T} \boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{r}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \right)$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}}{\mathrm{d}t} \right)^{T} \boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \right) \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{r}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \tag{27}$$

将式(20)和(25)代入式(26)，得到式(28):

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{O}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{s}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} + \omega_{\mathrm{r}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{L}_{\mathrm{s}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} + \omega_{\mathrm{r}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \tag{28}$$

将式(21)和(25)代入式(27)，得到式(29):

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = \omega_{\mathrm{r}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T} \boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{O}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{r}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{r}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} + \omega_{\mathrm{r}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T} \boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} \tag{29}$$

将式(28)代入式(17)，得到式(30):

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{L}_{\mathrm{s}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} + R_{\mathrm{s}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} + \omega_{\mathrm{r}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}} \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \tag{30}$$

将式(29)代入式(18)，得到式(31):

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}+R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \tag{31}$$

根据式(30)和(31)可以得到式(32):

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T} & \boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}R_{\mathrm{s}}\boldsymbol{E} & \omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\\ \omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T} & R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{E}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}\\ \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}\end{bmatrix} \tag{32}$$

按照式(33)定义 3 行 3 列的矩阵 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}$:

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\cos\theta_{\mathrm{s}} & -\sin\theta_{\mathrm{s}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\\ \cos(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ) & -\sin(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ) & \sqrt{\frac{1}{2}}\\ \cos(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ) & -\sin(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ) & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix} \tag{33}$$

按照式(34)定义 3 行 3 列的矩阵 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}$:

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\cos(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}) & -\sin(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}) & \sqrt{\frac{1}{2}}\\ \cos(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ) & -\sin(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ) & \sqrt{\frac{1}{2}}\\ \cos(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ) & -\sin(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ) & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix} \tag{34}$$

根据式(33)可以得到式(35):

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\cos\theta_{\mathrm{s}} & \cos(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ) & \cos(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ)\\ -\sin\theta_{\mathrm{s}} & -\sin(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ) & -\sin(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ)\\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix} \tag{35}$$

根据式(34)可以得到式(36):

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\cos(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}) & \cos(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ) & \cos(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ)\\ -\sin(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}) & -\sin(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ) & -\sin(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ)\\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix} \tag{36}$$

按照式(37)定义 dq0 坐标系下电压向量 $\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}}\in\Re^{3\times1}$:

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} \tag{37}$$

按照式(38)定义 dq0 坐标系下电压向量 $\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}}\in\Re^{3\times1}$:

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}} \tag{38}$$

按照式(39)定义dq0坐标系下电流向量$\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}} \in \Re^{3\times1}$:

$$\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} \tag{39}$$

按照式(40)定义dq0坐标系下电流向量$\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \in \Re^{3\times1}$:

$$\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \tag{40}$$

由式(37)可以得到式(41):

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}} \tag{41}$$

由式(38)可以得到式(42):

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}} \tag{42}$$

由式(39)可以得到式(43):

$$\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}} \tag{43}$$

由式(40)可以得到式(44):

$$\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \tag{44}$$

由式(33)可以得到式(45):

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} = -\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} \sin\theta_{\mathrm{s}} & \cos\theta_{\mathrm{s}} & 0 \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ\right) & 0 \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ\right) & 0 \end{bmatrix} \tag{45}$$

由式(34)可以得到式(46):

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = -\sqrt{\frac{2}{3}}\left(\frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\right)\begin{bmatrix} \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & 0 \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & 0 \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & 0 \end{bmatrix} \tag{46}$$

将式(10)代入式(45)，得到式(47):

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} = -\sqrt{\frac{2}{3}}\,\omega_{\mathrm{s}}\begin{bmatrix} \sin\theta_{\mathrm{s}} & \cos\theta_{\mathrm{s}} & 0 \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ\right) & 0 \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ\right) & 0 \end{bmatrix} \tag{47}$$

将式(10)和(12)代入式(46)，得到式(48):

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = -\sqrt{\frac{2}{3}}\left(\omega_{\mathrm{s}}-\omega_{\mathrm{r}}\right)\begin{bmatrix} \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & 0 \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & 0 \\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & 0 \end{bmatrix} \tag{48}$$

按照式(49)定义3行3列的矩阵$\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{s}}$:

$$\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}} \tag{49}$$

按照式(50)定义3行3列的矩阵$\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{r}}$:

$$\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}} \tag{50}$$

按照式(51)定义3行3列的矩阵$\hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}}$:

$$\hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}} \tag{51}$$

按照式(52)定义3行3列的矩阵$\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}}$:

$$\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}} \tag{52}$$

按照式(53)定义3行3列的矩阵$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{s}}$:

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{s}}=\frac{1}{\omega_{\mathrm{s}}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} \tag{53}$$

按照式(54)定义3行3列的矩阵:

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{r}}=\frac{1}{\omega_{\mathrm{s}}-\omega_{\mathrm{r}}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \tag{54}$$

按照式(55)定义3行3列的矩阵$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{sr}}$:

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{sr}}=\frac{1}{\omega_{\mathrm{s}}-\omega_{\mathrm{r}}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \tag{55}$$

按照式(56)定义3行3列的矩阵$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{rs}}$:

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{rs}}=\frac{1}{\omega_{\mathrm{s}}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} \tag{56}$$

将式(7), (33)和(35)代入式(49), 得到式(57):

$$\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{s}}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix}\cos\theta_{\mathrm{s}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^{\circ}\right)\\ -\sin\theta_{\mathrm{s}} & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^{\circ}\right)\\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}L_{\mathrm{s}}-M_{\mathrm{s}} & -M_{\mathrm{s}} & -M_{\mathrm{s}}\\ -M_{\mathrm{s}} & L_{\mathrm{s}}-M_{\mathrm{s}} & -M_{\mathrm{s}}\\ -M_{\mathrm{s}} & -M_{\mathrm{s}} & L_{\mathrm{s}}-M_{\mathrm{s}}\end{bmatrix}$$

$$\cdot\begin{bmatrix}\cos\theta_{\mathrm{s}} & -\sin\theta_{\mathrm{s}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & \sqrt{\frac{1}{2}}\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^{\circ}\right) & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix}$$

$$\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{s}}=\begin{bmatrix}L_{\mathrm{s}} & 0 & 0\\ 0 & L_{\mathrm{s}} & 0\\ 0 & 0 & L_{\mathrm{s}}-3M_{\mathrm{s}}\end{bmatrix} \tag{57}$$

将式(8), (34)和(36)代入式(50), 得到式(58):

$$\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{r}}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix}\cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right)\\ -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right)\\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix}$$

$$\cdot\begin{bmatrix}L_{\mathrm{r}}-M_{\mathrm{r}} & -M_{\mathrm{r}} & -M_{\mathrm{r}}\\ -M_{\mathrm{r}} & L_{\mathrm{r}}-M_{\mathrm{r}} & -M_{\mathrm{r}}\\ -M_{\mathrm{r}} & -M_{\mathrm{r}} & L_{\mathrm{r}}-M_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & \sqrt{\frac{1}{2}}\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \sqrt{\frac{1}{2}}\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix}$$

$$\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{r}}=\begin{bmatrix} L_{\mathrm{r}} & 0 & 0 \\ 0 & L_{\mathrm{r}} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\mathrm{r}}-3M_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \tag{58}$$

将式(13), (34)和(35)代入式(51)，得到式(59):

$$\hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}}=\frac{2}{3}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix} \cos\theta_{\mathrm{s}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^{\circ}\right) \\ -\sin\theta_{\mathrm{s}} & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^{\circ}\right) \\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \cos\theta_{\mathrm{r}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) \\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\theta_{\mathrm{r}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) \\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\theta_{\mathrm{r}} \end{bmatrix}^{T}\begin{bmatrix} \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & \sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}}=\frac{3}{2}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{59}$$

根据式(13), (33)和(36)可以得到式(60):

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}=\frac{2}{3}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix} \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) \\ -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) \\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \cos\theta_{\mathrm{r}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) \\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\theta_{\mathrm{r}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) \\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\theta_{\mathrm{r}} \end{bmatrix}^{T}\begin{bmatrix} \cos\theta_{\mathrm{s}} & -\sin\theta_{\mathrm{s}} & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^{\circ}\right) & \sqrt{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}=\frac{3}{2}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{60}$$

将式(60)代入式(59)，得到式(61):

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}=\hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}}^{T} \tag{61}$$

将式(24), (34)和(35)代入式(52)，得到式(62):

$$\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}}=-\frac{2}{3}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix}\cos\theta_{\mathrm{s}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ\right)\\ -\sin\theta_{\mathrm{s}} & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ\right)\\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sin\theta_{\mathrm{r}} & \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right)\\ \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \sin\theta_{\mathrm{r}}\\ \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right)\end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix}\sin\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right)\\ \sin\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right)\\ \sin\theta_{\mathrm{r}}\end{matrix}\Bigg]\begin{bmatrix}\cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & \sqrt{\frac{1}{2}}\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^\circ\right) & \sqrt{\frac{1}{2}}\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^\circ\right) & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix}$$

$$\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}}=\frac{3}{2}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{62}$$

根据式(62)可以进一步得到式(63):

$$\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}}^{T}=-\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}} \tag{63}$$

根据式(33)和(35)可以得到式(64):

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}=\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\right)^{T} \tag{64}$$

根据式(34)和(36)可以得到式(65):

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{T}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1} \tag{65}$$

根据式(64)和(65)可以得到式(66):

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\right)^{T}$$

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}=\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\right)^{T} \tag{66}$$

将式(52)代入式(66)，得到式(67):

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}=\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}}^{T} \tag{67}$$

将式(63)代入式(67)，得到式(68):

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}=-\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}} \tag{68}$$

将式(7), (35)和(47)代入式(53)，得到式(69):

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{s}}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix}\cos\theta_{\mathrm{s}} & -\sin\theta_{\mathrm{s}} & \cos45^\circ\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ\right) & \cos45^\circ\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ\right) & \cos45^\circ\end{bmatrix}\begin{bmatrix}M_{\mathrm{s}}-L_{\mathrm{s}} & M_{\mathrm{s}} & M_{\mathrm{s}}\\ M_{\mathrm{s}} & M_{\mathrm{s}}-L_{\mathrm{s}} & M_{\mathrm{s}}\\ M_{\mathrm{s}} & M_{\mathrm{s}} & M_{\mathrm{s}}-L_{\mathrm{s}}\end{bmatrix}$$

$$\cdot\begin{bmatrix}\sin\theta_{\mathrm{s}} & \cos\theta_{\mathrm{s}} & 0\\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^\circ\right) & 0\\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^\circ\right) & 0\end{bmatrix}$$

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{s}}=L_{\mathrm{s}}\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{69}$$

将式(8), (36)和(48)代入式(54)，得到式(70):

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{r}}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix}\cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right)\\ -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right)\\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}M_{\mathrm{r}}-L_{\mathrm{r}} & M_{\mathrm{r}} & M_{\mathrm{r}}\\ M_{\mathrm{r}} & M_{\mathrm{r}}-L_{\mathrm{r}} & M_{\mathrm{r}}\\ M_{\mathrm{r}} & M_{\mathrm{r}} & M_{\mathrm{r}}-L_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & 0\\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & 0\\ \sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & 0\end{bmatrix}$$

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{r}}=L_{\mathrm{r}}\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{70}$$

将式(13), (35)和(48)代入式(55)，得到式(71):

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{sr}}=\frac{2}{3}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix}\cos\theta_{\mathrm{s}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^{\circ}\right)\\ -\sin\theta_{\mathrm{s}} & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^{\circ}\right)\\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta_{\mathrm{r}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right)\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\theta_{\mathrm{r}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right)\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\theta_{\mathrm{r}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & -\cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & 0\\ -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & -\cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & 0\\ -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & -\cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & 0\end{bmatrix}$$

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{sr}}=\frac{3}{2}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{71}$$

将式(13), (36)和(47)代入式(56)，得到式(72):

$$\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{sr}}=\frac{2}{3}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix}\cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right)\\ -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right)\\ \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta_{\mathrm{r}}\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right)\\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right)\end{bmatrix}$$

$$
\begin{matrix} \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) \\ \cos\theta_{\mathrm{r}} & \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}-120^{\circ}\right) \\ \cos\left(\theta_{\mathrm{r}}+120^{\circ}\right) & \cos\theta_{\mathrm{r}} \end{matrix}\Bigg]\begin{bmatrix} -\sin\theta_{\mathrm{s}} & -\cos\theta_{\mathrm{s}} & 0 \\ -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & -\cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & 0 \\ -\sin\left(\theta_{\mathrm{s}}+120^{\circ}\right) & -\cos\left(\theta_{\mathrm{s}}-120^{\circ}\right) & 0 \end{bmatrix}
$$

$$
\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{rs}}=\frac{3}{2}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{72}
$$

将式(71)代入式(62)，得到式(73):

$$
\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{sr}}=\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}} \tag{73}
$$

将式(72)代入式(62)，得到式(74):

$$
\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{rs}}=\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}} \tag{74}
$$

将式(41), (43)和(44)代入式(30)，得到式(75):

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}} &= \boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}\right)+\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}\right)+R_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \\
&= \boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+R_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \\
&= \boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\left(\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+R_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\left(\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}
\end{aligned}
$$

$$
\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\left(\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+R_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\left(\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}
$$

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{E}\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}} &= \boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+R_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}} \\
&\quad +\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}
\end{aligned}
$$

$$
\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+R_{\mathrm{s}}\boldsymbol{E}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \tag{75}
$$

将式(42), (43)和(44)代入式(31)，得到式(76):

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}} &= \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}\right)+\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}\right)+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \\
&= \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \\
&= \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\left(\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\left(\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}
\end{aligned}
$$

$$
\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\left(\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\left(\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}
$$

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{E}\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}} &= \boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}} \\
&\quad +\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}
\end{aligned}
$$

$$
\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{E}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \tag{76}
$$

根据式(75)和(76)可以得到式(77):

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{u}}_{\rm s} \\ \hat{\boldsymbol{u}}_{\rm r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{\rm s}\boldsymbol{E} + \boldsymbol{C}_{\rm s}^{-1}\boldsymbol{L}_{\rm s}\dfrac{{\rm d}\boldsymbol{C}_{\rm s}}{{\rm d}t} & \omega_{\rm r}\boldsymbol{C}_{\rm s}^{-1}\boldsymbol{F}_{\rm sr}\boldsymbol{C}_{\rm r} + \boldsymbol{C}_{\rm s}^{-1}\boldsymbol{M}_{\rm sr}\dfrac{{\rm d}\boldsymbol{C}_{\rm r}}{{\rm d}t} \\ \omega_{\rm r}\boldsymbol{C}_{\rm r}^{-1}\boldsymbol{F}_{\rm sr}^{T}\boldsymbol{C}_{\rm s} + \boldsymbol{C}_{\rm r}^{-1}\boldsymbol{M}_{\rm sr}^{T}\dfrac{{\rm d}\boldsymbol{C}_{\rm s}}{{\rm d}t} & R_{\rm r}\boldsymbol{E} + \boldsymbol{C}_{\rm r}^{-1}\boldsymbol{L}_{\rm r}\dfrac{{\rm d}\boldsymbol{C}_{\rm r}}{{\rm d}t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s} \\ \hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{\rm s}^{-1}\boldsymbol{L}_{\rm s}\boldsymbol{C}_{\rm s} & \boldsymbol{C}_{\rm s}^{-1}\boldsymbol{M}_{\rm sr}\boldsymbol{C}_{\rm r} \\ \boldsymbol{C}_{\rm r}^{-1}\boldsymbol{M}_{\rm sr}^{T}\boldsymbol{C}_{\rm s} & \boldsymbol{C}_{\rm r}^{-1}\boldsymbol{L}_{\rm r}\boldsymbol{C}_{\rm r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s}^{T}}{{\rm d}t} & \dfrac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r}^{T}}{{\rm d}t} \end{bmatrix}^{T} \tag{77}$$

由式(53)可以得到式(78):

$$\boldsymbol{C}_{\rm s}^{-1}\boldsymbol{L}_{\rm s}\frac{{\rm d}\boldsymbol{C}_{\rm s}}{{\rm d}t} = \omega_{\rm s}\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm s} \tag{78}$$

由式(54)可以得到式(79):

$$\boldsymbol{C}_{\rm r}^{-1}\boldsymbol{L}_{\rm r}\frac{{\rm d}\boldsymbol{C}_{\rm r}}{{\rm d}t} = \left(\omega_{\rm s} - \omega_{\rm r}\right)\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm r} \tag{79}$$

由式(55)可以得到式(80):

$$\boldsymbol{C}_{\rm s}^{-1}\boldsymbol{M}_{\rm sr}\frac{{\rm d}\boldsymbol{C}_{\rm r}}{{\rm d}t} = \left(\omega_{\rm s} - \omega_{\rm r}\right)\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm sr} \tag{80}$$

由式(56)可以得到式(81):

$$\boldsymbol{C}_{\rm r}^{-1}\boldsymbol{M}_{\rm sr}^{T}\frac{{\rm d}\boldsymbol{C}_{\rm s}}{{\rm d}t} = \omega_{\rm s}\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm rs} \tag{81}$$

将式(49), (51), (52), (78)和(80)代入式(75), 得到式(82):

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\rm s} = \hat{\boldsymbol{L}}_{\rm s}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s}}{{\rm d}t} + \hat{\boldsymbol{M}}_{\rm sr}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r}}{{\rm d}t} + \left(\omega_{\rm s}\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm s} + R_{\rm s}\boldsymbol{E}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s} + \left[\left(\omega_{\rm s} - \omega_{\rm r}\right)\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm sr} + \omega_{\rm r}\hat{\boldsymbol{F}}_{\rm sr}\right]\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r} \tag{82}$$

将式(50), (61), (68), (79)和(81)代入式(76), 得到式(83):

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\rm r} = \hat{\boldsymbol{M}}_{\rm sr}^{T}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s}}{{\rm d}t} + \hat{\boldsymbol{L}}_{\rm r}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r}}{{\rm d}t} + \left(\omega_{\rm s}\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm rs} - \omega_{\rm r}\hat{\boldsymbol{F}}_{\rm sr}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s} + \left[\left(\omega_{\rm s} - \omega_{\rm r}\right)\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm r} + R_{\rm r}\boldsymbol{E}\right]\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r} \tag{83}$$

将式(73)代入式(82), 得到式(84):

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\rm s} = \hat{\boldsymbol{L}}_{\rm s}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s}}{{\rm d}t} + \hat{\boldsymbol{M}}_{\rm sr}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r}}{{\rm d}t} + \left(\omega_{\rm s}\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm s} + R_{\rm s}\boldsymbol{E}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s} + \left[\left(\omega_{\rm s} - \omega_{\rm r}\right)\hat{\boldsymbol{F}}_{\rm sr} + \omega_{\rm r}\hat{\boldsymbol{F}}_{\rm sr}\right]\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r}$$

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\rm s} = \hat{\boldsymbol{L}}_{\rm s}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s}}{{\rm d}t} + \hat{\boldsymbol{M}}_{\rm sr}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r}}{{\rm d}t} + \left(\omega_{\rm s}\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm s} + R_{\rm s}\boldsymbol{E}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s} + \omega_{\rm s}\hat{\boldsymbol{F}}_{\rm sr}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r} \tag{84}$$

将式(74)代入式(83), 得到式(85):

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\rm r} = \hat{\boldsymbol{M}}_{\rm sr}^{T}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s}}{{\rm d}t} + \hat{\boldsymbol{L}}_{\rm r}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r}}{{\rm d}t} + \left(\omega_{\rm s}\hat{\boldsymbol{F}}_{\rm sr} - \omega_{\rm r}\hat{\boldsymbol{F}}_{\rm sr}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s} + \left[\left(\omega_{\rm s} - \omega_{\rm r}\right)\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm r} + R_{\rm r}\boldsymbol{E}\right]\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r}$$

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\rm r} = \hat{\boldsymbol{M}}_{\rm sr}^{T}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s}}{{\rm d}t} + \hat{\boldsymbol{L}}_{\rm r}\frac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r}}{{\rm d}t} + \left(\omega_{\rm s} - \omega_{\rm r}\right)\hat{\boldsymbol{F}}_{\rm sr}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s} + \left[\left(\omega_{\rm s} - \omega_{\rm r}\right)\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm r} + R_{\rm r}\boldsymbol{E}\right]\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r} \tag{85}$$

根据式(84)和(85)可以得到式(86):

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{u}}_{\rm s} \\ \hat{\boldsymbol{u}}_{\rm r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{L}}_{\rm s} & \hat{\boldsymbol{M}}_{\rm sr} \\ \hat{\boldsymbol{M}}_{\rm sr}^{T} & \hat{\boldsymbol{L}}_{\rm r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s}}{{\rm d}t} \\ \dfrac{{\rm d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r}}{{\rm d}t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{\rm s}\boldsymbol{E} + \omega_{\rm s}\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm s} & \omega_{\rm s}\hat{\boldsymbol{F}}_{\rm sr} \\ \left(\omega_{\rm s} - \omega_{\rm r}\right)\hat{\boldsymbol{F}}_{\rm sr} & R_{\rm r}\boldsymbol{E} + \left(\omega_{\rm s} - \omega_{\rm r}\right)\hat{\boldsymbol{V}}_{\rm r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{i}}_{\rm s} \\ \hat{\boldsymbol{i}}_{\rm r} \end{bmatrix} \tag{87}$$

设感应电机的滑差为s, 那么式(88)成立:

$$\omega_{\rm s} - \omega_{\rm r} = s\omega_{\rm s} \tag{88}$$

将式(88)代入式(85)，得到式(89):

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}}=\hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}}^{T}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+s\omega_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\left(s\omega_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{r}}+R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{E}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \tag{89}$$

按照式(90)定义电压向量 $\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}}$ 的各分量:

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}}=\begin{bmatrix}u_{\mathrm{d,s}} & u_{\mathrm{q,s}} & u_{0,\mathrm{s}}\end{bmatrix}^{T} \tag{90}$$

按照式(91)定义电压向量 $\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}}$ 的各分量:

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}}=\begin{bmatrix}u_{\mathrm{d,r}} & u_{\mathrm{q,r}} & u_{0,\mathrm{r}}\end{bmatrix}^{T} \tag{91}$$

按照式(92)定义电压向量 $\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}$ 的各分量:

$$\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}=\begin{bmatrix}i_{\mathrm{d,s}} & i_{\mathrm{q,s}} & i_{0,\mathrm{s}}\end{bmatrix}^{T} \tag{92}$$

按照式(93)定义电压向量 $\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}$ 的各分量:

$$\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}=\begin{bmatrix}i_{\mathrm{d,r}} & i_{\mathrm{q,r}} & i_{0,\mathrm{r}}\end{bmatrix}^{T} \tag{93}$$

按照式(94)定义标量 $L_{\mathrm{s0}}\in\Re$:

$$L_{\mathrm{s0}}=L_{\mathrm{s}}-3M_{\mathrm{s}} \tag{94}$$

按照式(95)定义标量 $L_{\mathrm{r0}}\in\Re$:

$$L_{\mathrm{r0}}=L_{\mathrm{r}}-3M_{\mathrm{r}} \tag{95}$$

按照式(96)定义标量 $M_{\mathrm{m}}\in\Re$:

$$M_{\mathrm{m}}=\frac{3}{2}M_{\mathrm{sr}} \tag{96}$$

将式(93)代入式(57)，得到式(97):

$$\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{s}}=\begin{bmatrix}L_{\mathrm{s}} & 0 & 0\\ 0 & L_{\mathrm{s}} & 0\\ 0 & 0 & L_{\mathrm{s0}}\end{bmatrix} \tag{97}$$

将式(94)代入式(58)，得到式(98):

$$\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{r}}=\begin{bmatrix}L_{\mathrm{r}} & 0 & 0\\ 0 & L_{\mathrm{r}} & 0\\ 0 & 0 & L_{\mathrm{r0}}\end{bmatrix} \tag{98}$$

将式(96)代入式(59)，得到式(99):

$$\hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}}=\begin{bmatrix}M_{\mathrm{m}} & 0 & 0\\ 0 & M_{\mathrm{m}} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{99}$$

将式(96)代入式(62)，得到式(100):

$$\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}}=\begin{bmatrix}0 & -M_{\mathrm{m}} & 0\\ M_{\mathrm{m}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{100}$$

由式(99)可以得到式(101):

$$\hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}}^{T}=\hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}} \tag{101}$$

将式(101)代入式(89)，得到式(102):

$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}}=\hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+s\omega_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\left(s\omega_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{r}}+R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{E}\right)\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \tag{102}$$

根据式(84)和(102)可以得到式(103):

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}} \\ \hat{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{s}} & \hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}} \\ \hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}} & \hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{\mathrm{s}}\boldsymbol{E} + \omega_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{s}} & \omega_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}} \\ s\omega_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}} & R_{\mathrm{r}}\boldsymbol{E} + s\omega_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}} \\ \hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \tag{103}$$

将式(69), (89), (92), (93), (97), (99)和(100)代入式(84), 得到式(104):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{\mathrm{d,s}} \\ u_{\mathrm{q,s}} \\ u_{0,\mathrm{s}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_{\mathrm{s}} & 0 & 0 \\ 0 & L_{\mathrm{s}} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\mathrm{s}0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d,s}}}{\mathrm{d}t} & \dfrac{\mathrm{d}i_{\mathrm{q,s}}}{\mathrm{d}t} & \dfrac{\mathrm{d}i_{0,\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} R_{\mathrm{s}} & -\omega_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{s}} & 0 \\ \omega_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{s}} & R_{\mathrm{s}} & 0 \\ 0 & 0 & R_{\mathrm{s}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\mathrm{d,s}} \\ i_{\mathrm{q,s}} \\ i_{0,\mathrm{s}} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} M_{\mathrm{m}} & 0 & 0 \\ 0 & M_{\mathrm{m}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d,r}}}{\mathrm{d}t} & \dfrac{\mathrm{d}i_{\mathrm{q,r}}}{\mathrm{d}t} & \dfrac{\mathrm{d}i_{0,\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\mathrm{s}}M_{\mathrm{m}} & 0 \\ \omega_{\mathrm{s}}M_{\mathrm{m}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\mathrm{d,r}} \\ i_{\mathrm{q,r}} \\ i_{0,\mathrm{r}} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{104}$$

将式(70), (90), (92), (93), (98), (99)和(100)代入式(102), 得到式(105):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{\mathrm{d,r}} \\ u_{\mathrm{q,r}} \\ u_{0,\mathrm{r}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M_{\mathrm{m}} & 0 & 0 \\ 0 & M_{\mathrm{m}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d,s}}}{\mathrm{d}t} & \dfrac{\mathrm{d}i_{\mathrm{q,s}}}{\mathrm{d}t} & \dfrac{\mathrm{d}i_{0,\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 0 & -s\omega_{\mathrm{s}}M_{\mathrm{m}} & 0 \\ s\omega_{\mathrm{s}}M_{\mathrm{m}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\mathrm{d,s}} \\ i_{\mathrm{q,s}} \\ i_{0,\mathrm{s}} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} L_{\mathrm{r}} & 0 & 0 \\ 0 & L_{\mathrm{r}} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\mathrm{r}0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d,r}}}{\mathrm{d}t} & \dfrac{\mathrm{d}i_{\mathrm{q,r}}}{\mathrm{d}t} & \dfrac{\mathrm{d}i_{0,\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} R_{\mathrm{r}} & -s\omega_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{r}} & 0 \\ s\omega_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{r}} & R_{\mathrm{r}} & 0 \\ 0 & 0 & R_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\mathrm{d,r}} \\ i_{\mathrm{q,r}} \\ i_{0,\mathrm{r}} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{105}$$

由式(104)可以分别得到式(106), (107)和(108):

$$u_{\mathrm{d,s}} = L_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d,s}}}{\mathrm{d}t} + M_{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d,r}}}{\mathrm{d}t} + R_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{d,s}} - \omega_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{q,s}} - \omega_{\mathrm{s}}M_{\mathrm{m}}i_{\mathrm{q,r}} \tag{106}$$

$$u_{\mathrm{q,s}} = L_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{q,s}}}{\mathrm{d}t} + M_{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{q,r}}}{\mathrm{d}t} + \omega_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{d,s}} + R_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{q,s}} + \omega_{\mathrm{s}}M_{\mathrm{m}}i_{\mathrm{d,r}} \tag{107}$$

$$u_{0,\mathrm{s}} = L_{\mathrm{s}0}\frac{\mathrm{d}i_{0,\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} + R_{\mathrm{s}}i_{0,\mathrm{s}} \tag{108}$$

由式(105)可以分别得到式(109), (110)和(111):

$$u_{\mathrm{d,r}} = M_{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d,s}}}{\mathrm{d}t} + L_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{d,r}}}{\mathrm{d}t} - s\omega_{\mathrm{s}}M_{\mathrm{m}}i_{\mathrm{q,s}} + R_{\mathrm{r}}i_{\mathrm{d,r}} - s\omega_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{r}}i_{\mathrm{q,r}} \tag{109}$$

$$u_{\mathrm{q,r}} = M_{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{q,s}}}{\mathrm{d}t} + L_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{q,r}}}{\mathrm{d}t} + s\omega_{\mathrm{s}}M_{\mathrm{m}}i_{\mathrm{d,s}} + s\omega_{\mathrm{s}}L_{\mathrm{r}}i_{\mathrm{d,r}} + R_{\mathrm{r}}i_{\mathrm{q,r}} \tag{110}$$

$$u_{0,\mathrm{r}} = L_{\mathrm{r}0}\frac{\mathrm{d}i_{0,\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} + R_{\mathrm{r}}i_{0,\mathrm{r}} \tag{111}$$

设感应电机各绕组从自身电感端子注入磁场的功率的总和为P_ψ, 式(112)给出了对功率P_ψ的计算:

$$P_\psi = \boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^T\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^T\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \tag{112}$$

设感应电机的磁场能量为E_{p}, 式(113)给出了对磁场能量E_{p}的计算:

$$E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^T\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^T\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}\right) \tag{113}$$

设感应电机电磁功率为P_{e}. 根据能量守恒定律, 感应电机各绕组从自身电感端子注入磁场的功率的总和P_ψ等于电磁功率P_{e}与磁场能量E_{p}对时间t的导数的和, 由此得到式(114):

$$P_{\mathrm{e}}+\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t}=P_{\psi} \tag{114}$$

由式(114)可以得到式(115):

$$P_{\mathrm{e}}=P_{\psi}-\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t} \tag{115}$$

由式(113)可以得到式(116):

$$\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}\right)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}\right)\right]=\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}\right)^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\right)^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}+\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \tag{116}$$

由于矩阵乘积$\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}\right)^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}$是一个实数，其转置就等于自身，由此得到式(117):

$$\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}\right)^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}=\left[\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}\right)^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}\right]^{T}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}\right)^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} \tag{117}$$

由于矩阵乘积$\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\right)^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}$是一个实数，其转置就等于自身，由此得到式(118):

$$\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\right)^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}=\left[\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\right)^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}\right]^{T}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\right)^{T}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \tag{118}$$

将式(117)和(118)代入式(116)，得到式(119):

$$\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{2}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \tag{119}$$

将式(112)和(119)代入式(115)，得到式(120):

$$\begin{aligned}P_{\mathrm{e}}&=\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\right)\\&=\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{2}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{2}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\end{aligned}$$

$$P_{\mathrm{e}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{2}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{2}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \tag{120}$$

由式(14)可以得到式(121):

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}^{T}=\left(\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}\right)^{T}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}^{T}=\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}^{T}+\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T} \tag{121}$$

由式(7)可以得到式(122):

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}^{T}=\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}} \tag{122}$$

将式(122)代入式(121)，得到式(123):

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}^{T}=\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T} \tag{123}$$

由式(15)可以得到式(124):

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}^{T}=\left(\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}\right)^{T}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}^{T}=\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}+\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}^{T} \tag{124}$$

由式(8)可以得到式(125):

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}^{T}=\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}} \tag{125}$$

将式(125)代入式(124), 得到式(126):

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{r}}^{T}=\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}+\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}} \tag{126}$$

将式(28), (29), (123)和(126)代入式(120), 得到式(127):

$$\begin{aligned}
P_{\mathrm{e}}=&\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\left(\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}\right)-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\right)\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}\\
&+\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\left(\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}\right)-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}+\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\right)\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\\
=&\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}-\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}\\
&+\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}^{T}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{2}\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}-\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{2}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{L}_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}
\end{aligned}$$

$$P_{\mathrm{e}}=0.5\,\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}+0.5\,\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{T}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} \tag{127}$$

由于矩阵乘积是一个实数, 其转置就等于自身, 由此得到式(128):

$$\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}=\left(\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}\right)^{T}$$

$$\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}}^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}^{F}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}} \tag{128}$$

将式(128)代入式(127), 得到式(129):

$$P_{\mathrm{e}}=\omega_{\mathrm{r}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{i}_{\mathrm{r}} \tag{129}$$

将式(43)和(44)代入式(129), 得到式(130):

$$P_{\mathrm{e}}=\omega_{\mathrm{r}}\left(\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}\right)^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}$$

$$P_{\mathrm{e}}=\omega_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \tag{130}$$

由式(33)和(35)可以得到式(131):

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{T}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1} \tag{131}$$

将式(131)代入式(130), 得到式(132):

$$P_{\mathrm{e}}=\omega_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}^{T}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \tag{132}$$

将式(52)代入式(132), 得到式(133):

$$P_{\mathrm{e}}=\omega_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}^{T}\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{sr}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \tag{133}$$

将式(62), (92)和(93)代入式(133), 得到式(134):

$$P_{\mathrm{e}}=\frac{3}{2}\omega_{\mathrm{r}}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix}i_{\mathrm{d,s}}\\ i_{\mathrm{q,s}}\\ i_{0,\mathrm{s}}\end{bmatrix}^{T}\begin{bmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{\mathrm{d,r}}\\ i_{\mathrm{q,r}}\\ i_{0,\mathrm{r}}\end{bmatrix}$$

$$P_{\mathrm{e}}=\frac{3}{2}\omega_{\mathrm{r}}M_{\mathrm{sr}}\left(i_{\mathrm{q,s}}i_{\mathrm{d,r}}-i_{\mathrm{d,s}}i_{\mathrm{q,r}}\right) \tag{134}$$

将式(43)和(44)代入式(14), 得到式(135):

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \tag{135}$$

按照式(136)定义 dq0 坐标系下的磁链向量 $\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}}\in\Re^{3\times1}$:

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{\psi}_{\mathrm{s}} \tag{136}$$

将式(135)代入式(136), 得到式(137):

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\left(\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}}\right)$$

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{L}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{C}_{\mathrm{s}}^{-1}\boldsymbol{M}_{\mathrm{sr}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \tag{137}$$

将式(49)和(51)代入式(137)，得到式(138):

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}} = \hat{\boldsymbol{L}}_{\mathrm{s}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{s}} + \hat{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{sr}}\hat{\boldsymbol{i}}_{\mathrm{r}} \tag{138}$$

按照式(139)定义磁链向量 $\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}}$ 的各分量:

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\mathrm{s}} = \begin{bmatrix}\psi_{\mathrm{d,s}} & \psi_{\mathrm{q,s}} & \psi_{0,\mathrm{s}}\end{bmatrix}^T \tag{139}$$

将式(57), (59), (92), (93)和(139)代入式(138)，得到式(140):

$$\begin{bmatrix}\psi_{\mathrm{d,s}}\\ \psi_{\mathrm{q,s}}\\ \psi_{0,\mathrm{s}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}L_{\mathrm{s}} & 0 & 0\\ 0 & L_{\mathrm{s}} & 0\\ 0 & 0 & L_{\mathrm{s}}-3M_{\mathrm{s}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{\mathrm{d,s}}\\ i_{\mathrm{q,s}}\\ i_{0,\mathrm{s}}\end{bmatrix} + \frac{3}{2}M_{\mathrm{sr}}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{\mathrm{d,r}}\\ i_{\mathrm{q,r}}\\ i_{0,\mathrm{r}}\end{bmatrix} \tag{140}$$

由式(140)可以分别得到式(141)和(142):

$$\psi_{\mathrm{d,s}} = L_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{d,s}} + \frac{3}{2}M_{\mathrm{sr}}i_{\mathrm{d,r}} \tag{141}$$

$$\psi_{\mathrm{q,s}} = L_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{q,s}} + \frac{3}{2}M_{\mathrm{sr}}i_{\mathrm{q,r}} \tag{142}$$

根据式(141)和(142)可以得到式(143):

$$\begin{aligned}\omega_{\mathrm{r}}\left(\psi_{\mathrm{d,s}}i_{\mathrm{q,s}} - \psi_{\mathrm{q,s}}i_{\mathrm{d,s}}\right) &= \omega_{\mathrm{r}}\left[\left(L_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{d,s}} + \frac{3}{2}M_{\mathrm{sr}}i_{\mathrm{d,r}}\right)i_{\mathrm{q,s}} - \left(L_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{q,s}} + \frac{3}{2}M_{\mathrm{sr}}i_{\mathrm{q,r}}\right)i_{\mathrm{d,s}}\right]\\ &= \omega_{\mathrm{r}}L_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{d,s}}i_{\mathrm{q,s}} + \frac{3}{2}\omega_{\mathrm{r}}M_{\mathrm{sr}}i_{\mathrm{d,r}}i_{\mathrm{q,s}} - \omega_{\mathrm{r}}L_{\mathrm{s}}i_{\mathrm{q,s}}i_{\mathrm{d,s}} - \frac{3}{2}\omega_{\mathrm{r}}M_{\mathrm{sr}}i_{\mathrm{q,r}}i_{\mathrm{d,s}}\end{aligned}$$

$$\omega_{\mathrm{r}}\left(\psi_{\mathrm{d,s}}i_{\mathrm{q,s}} - \psi_{\mathrm{q,s}}i_{\mathrm{d,s}}\right) = \frac{3}{2}\omega_{\mathrm{r}}M_{\mathrm{sr}}\left(i_{\mathrm{q,s}}i_{\mathrm{d,r}} - i_{\mathrm{d,s}}i_{\mathrm{q,r}}\right) \tag{143}$$

将式(143)代入式(134)，得到式(144):

$$P_{\mathrm{e}} = \omega_{\mathrm{r}}\left(\psi_{\mathrm{d,s}}i_{\mathrm{q,s}} - \psi_{\mathrm{q,s}}i_{\mathrm{d,s}}\right) \tag{144}$$

设感应电机电磁转矩为 T_{e}，再根据电磁转矩 T_{e} 与电磁功率 P_{e} 的关系得到式(145):

$$T_{\mathrm{e}} = \frac{P_{\mathrm{e}}}{\omega_{\mathrm{r}}} \tag{145}$$

将式(144)代入式(145)，得到式(146):

$$T_{\mathrm{e}} = \psi_{\mathrm{d,s}}i_{\mathrm{q,s}} - \psi_{\mathrm{q,s}}i_{\mathrm{d,s}} \tag{146}$$

设感应电机负载的机械转矩为 T_{m}，转子转动惯量为 J，再根据牛顿第二定律得到式(147):

$$J\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = T_{\mathrm{e}} - T_{\mathrm{m}} \tag{147}$$

将式(146)代入式(147)，得到式(148):

$$J\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = \psi_{\mathrm{d,s}}i_{\mathrm{q,s}} - \psi_{\mathrm{q,s}}i_{\mathrm{d,s}} - T_{\mathrm{m}} \tag{148}$$

设感应电机负载的机械功率为 P_{m}，再根据负载的机械转矩 T_{m} 与其机械功率 P_{m} 的关系得到式(149):

$$T_{\mathrm{m}} = \frac{P_{\mathrm{m}}}{\omega_{\mathrm{r}}} \tag{149}$$

将式(145)和式(149)代入式(147)，得到式(150):

$$J\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = \frac{P_{\mathrm{e}}}{\omega_{\mathrm{r}}} - \frac{P_{\mathrm{m}}}{\omega_{\mathrm{r}}}$$

$$J\omega_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}=P_{\mathrm{e}}-P_{\mathrm{m}} \tag{150}$$

将式(144)代入式(150)，得到式(151)：

$$J\omega_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}=\omega_{\mathrm{r}}\left(\psi_{\mathrm{d,s}}i_{\mathrm{q,s}}-\psi_{\mathrm{q,s}}i_{\mathrm{d,s}}\right)-P_{\mathrm{m}} \tag{151}$$

设感应电机的转子动能为 E_{k}，式(152)给出了对转子动能 E_{k} 的计算：

$$E_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}J\omega_{\mathrm{r}}^{2} \tag{152}$$

由式(152)可以得到式(153)：

$$\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{k}}}{\mathrm{d}t}=J\omega_{\mathrm{r}}\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} \tag{153}$$

将式(153)代入式(150)，得到式(154)：

$$\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{k}}}{\mathrm{d}t}=P_{\mathrm{e}}-P_{\mathrm{m}} \tag{154}$$

将式(115)代入式(154)，得到式(155)：

$$\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{k}}}{\mathrm{d}t}=P_{\psi}-\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t}-P_{\mathrm{m}}$$

$$\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{k}}}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t}=P_{\psi}-P_{\mathrm{m}}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(E_{\mathrm{k}}+E_{\mathrm{p}}\right)=P_{\psi}-P_{\mathrm{m}} \tag{155}$$

将感应电机的磁场能量 E_{p} 与转子动能 E_{k} 的和记为 V，由此得到式(156)：

$$V=E_{\mathrm{p}}+E_{\mathrm{k}} \tag{156}$$

将式(156)代入式(155)，得到式(157)：

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}=P_{\psi}-P_{\mathrm{m}} \tag{157}$$