

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学 校	中国人民解放军装备学院
参赛队号	90033001
队员姓名	1.路振民
	2.丁国振
	3.陈其盛

参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目： 基于遗传算法的变循环航空发动机 部件级建模与优化

摘 要：

本文研究了题目中的所有问题，对问题一、二中的双涵道（涡扇）模式和问题三中的单涵道（涡喷）模式分别建立了相应模式下的部件模型和整机气动热力学模型，利用遗传算法能解决高复杂性、多变量非线性方程问题的优点，本文基于遗传算法对各个模型进行求解与优化，并最终获得了相应结果。

针对问题一：

首先，作出风扇的特性曲线图；对图进行分析可知：对于某一特定换算转速下，当压比函数值不断减小时，流量逐渐趋近平稳；当压比函数值一定时，换算转速越大流量就越大，当压比函数值增大到一定程度后流量会减小。

其次，分别对进气道、风扇和 CDFS 进行建模，运用二次线性插值获得对应的流量和效率代入模型，用牛顿迭代法反解出口总温；结果如下表 1 所示：

表 1 问题一的数值结果

参数名称 部件名称					
	出口总温	出口总压	出口流量	功	功率
风扇	379.2843	1.3057	19.0477	135391.2	2578893.0
CDFS	420.3160	1.7973	17.1330	41573.3	712275.6

针对问题二：

此问题是发动机处于双涵（涡扇）工作模式的研究，首先，对此模式下发动机各个部件进行了建模，之后根据气动热力学过程对各部件模型进行整合建成整机模型，确定非线性方程组。

其次，根据发动机的平衡方程确立非线性方程组的求解约束条件：

$$ERR1 = |(N_{CL} - N_{TL} * \eta_{mL}) / N_{TL} * \eta_{mL}| \quad (1)$$

$$ERR2 = |(N_{CH} + N_{CDFS} - N_{TH} * \eta_{mH}) / N_{TH} * \eta_{mH}| \quad (2)$$

$$ERR3 = |(Wg_{41} - Wg'_{41}) / Wg'_{41}| \quad (3)$$

$$ERR4 = |(Wg_{45} - Wg'_{45}) / Wg'_{45}| \quad (4)$$

$$ERR5 = |(p_{61} - p_{62}) / p_{62}| \quad (5)$$

$$ERR6 = |(A_8 - A'_8) / A'_8| \quad (6)$$

$$ERR7 = |(W_{a2} - W_{a21} - W_{a13}) / (W_{a21} + W_{a13})| \quad (7)$$

最后，采用遗传算法解非线性方程。但由于遗传算法为仿生算法，每次运行程序的结果可能不尽相同，但是每次运算的误差是保证在 10% 以内的，这保证了模型及结果的有效性。求解结果如下表 2 所示：

表 2 非线性方程组的求解结果

变量名称	n_H	z_{CL}	z_{CDFS}	z_{CH}	T_4	z_{TH}	z_{TL}
求解结果	0.9157	0.3332	0.6367	0.5835	1551.490	0.6620	0.8939

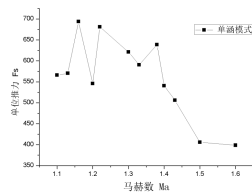
针对问题三：

此问题中发动机处于单涵模式工作状态，本问题其实是在发动机最优性能的条件下，通过调节规律 $T_{t4} = \text{const}$ ，求出三个导叶角的最优组合值。首先，在性能最优的条件下，从发动机设计全局出发，建立单涵模式下发动机性能最优模型。通过对实际情况的考虑，把发动机的单位推力最大化作为评价标准，模型求解结果如下表 3 所示：

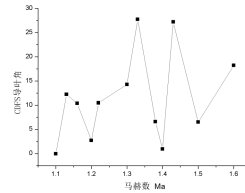
表 3 发动机性能最优时各变量取值

变量名称	n_H	z_{CL}	z_{CDFS}	z_{CH}	T_4	z_{TH}	z_{TL}	α_C	α_{TL}	α_{NL}
求解结果	0.997	0.958	0.045	0.032	1700	0.025	0.020	8.431	3.296	0.888

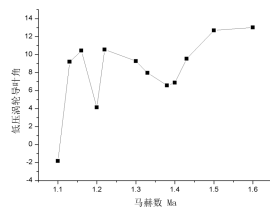
对于第三大问题中的问题（2）由于能力有限，没能达到较好的收敛效果，变量较多导致结果跳变较大，最后决定每次合理的确定三个所求量中的两个来对第三个进行求值，以获得不同马赫数下的变量，进而得出变化规律。如下图所示：



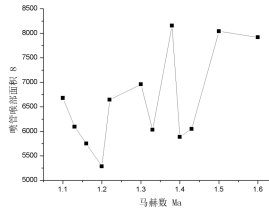
(a) 推力随 M_a 变化规律



(b) CDFS 导叶角度变化



(c) 低压涡轮导叶角变化



(d) 喉管面积随 M_a 变化规律

图 1 单涵模式发动机性能最优几何变量随马赫数的变化规律

关键词：变循环航空发动机，部件级建模，遗传算法，双涵模式，单涵模

目录

1. 问题重述.....	1
1.1 提出问题.....	1
1.2 问题要求.....	3
2. 基本假设与符号说明.....	3
2.1 基本假设.....	3
2.2 符号说明.....	4
3. 问题一：对风扇与 CDFS 的相关求解.....	5
3.1 问题分析.....	5
3.2 不同转速下流量与压比函数值变化曲线.....	5
3.3 进气道、风扇模型建立与求解.....	6
3.3.1 建立进气道模型.....	6
3.3.2 建立风扇模型.....	7
3.3.3 求解风扇出口参数.....	8
3.4 CDFS 模型建立与求解.....	9
3.4.1 建立核心驱动风扇级 CDFS 模型.....	9
3.4.2 求解 CDFS 出口参数.....	10
3.5 问题一总结.....	10
4. 问题二：双涵模式下发动机非线性方程组的求解.....	11
4.1 问题分析.....	11
4.2 双涵模式下各部件模型建立[3].....	11
4.2.1 高压压气机模型建立.....	11
4.2.2 主燃烧室模型建立.....	13
4.2.3 高压涡轮模型建立.....	13
4.2.4 低压涡轮模型建立.....	14
4.2.5 涵道模型建立.....	16
4.2.6 混合器模型建立.....	16
4.2.7 加力燃烧室模型建立.....	17
4.2.8 尾喷管模型建立.....	17
4.3 双涵模式下发动机整机建模与求解.....	18
4.3.1 对整机模型的数学方程描述.....	18
4.3.2 基于遗传算法求发动机非线性方程组.....	23
4.3.2.1 基于遗传算法解发动机非线性方程组的可行性.....	23
4.3.2.2 基于遗传算法求解发动机非线性方程组.....	23
4.4 问题二总结.....	26
5. 问题三：单涵模式下发动机的性能最优模型与求解.....	26
5.1 问题分析.....	26
5.2 问题 1 模型建立与求解.....	27
5.2.1 问题 1 各部件模型.....	27
5.2.1.1 涵道模型.....	27
5.2.1.2 混合器模型.....	27
5.2.2 单涵模式下整机性能最优模型建立与求解.....	28
5.2.2.1 整机性能最优模型建立.....	28
5.2.2.2 整机最优性能模型求解.....	28

5.3 对问题 2 的建模与求解	31
5.3.1 问题 2 各部件模型及整机模型.....	31
5.3.2 问题 2 整机模型求解	31
5.4 问题三总结	31
6. 模型总结与展望	32
6.1 总结	32
6.2 改进与展望	33
参考文献.....	34

1. 问题重述

1.1 提出问题

随着战争多样性的发展，就迫使战斗机向多任务、宽包线作战领域迈进。而航空发动机又是战斗机的核心部件与动力源泉，可谓是战斗机的核心，因此针对多任务、宽包线战斗机的研究着重在发动机的研究。由飞机/发动机设计原理可知，对于持续高马赫数飞行任务，需要高单位推力的涡喷循环，反之，如果任务强调低马赫数和长航程，就需要低耗油率的涡扇循环。双涵道变循环发动机可以同时具备高速时的大推力与低速时的低油耗。这一发展趋势，促使研究者提出变循环发动机（variable cycle engine，简称 VCE）的概念，将两者的优势合二为一[1]。由于变循环发动机的内在性能优势，一出现便受到了各航空强国的重视，并且也是目前航空发动机的重要研究方向。

GE 公司对此推进系统的研究已经进行了几代发动机的更新，取得了很大的进步。首先，GE 公司的第 1 代 VCE 是采用可调面积涵道引射器（VABI）的 VCE。1976 年 2 月，在一台修改过的 YJ101 发动机上进行了双涵道变循环发动机试验。它是一种采用了后 VABI 的低涵道比涡扇发动机。其次，GE 公司的第 2 代 VCE 的编号为 GE21，它的风扇被分成前、后 2 段，后段与高压压气机相连，由高压涡轮驱动，因此称其为核心驱动风扇级（DFS），并且每段风扇有自己的涵道。第三，F120 是用于美国空军先进战术战斗机 F-22 的候选发动机，通用电气公司编号为 GE33，这就是第三代 VCE 的先进发动机。它是美国空军和海军在 1983-1990 年主持的 ATEGG 先进涡轮发动机燃气发生器、JTDE 联合技术验证等一系列计划的产物。这些计划致力于发展最终构成 F120。第四，可控压比发动机（OPE）是通用电气公司和艾利逊公司联合研究的第 4 代 VCE，他是在 F120 的技术基础上发展的。第五，在 VAATE 分研究计划自适应通用发动机技术（ADVENT）计划下，正在开发和验证自适应循环发动机。自适应循环发动机吸取了可控压比发动机的技术，并在发动机外围增加 1 个从主风扇出来的单独外流道和 1 个“转子叶片上的风扇（FLADE）”。FLADE 是接在风扇外围的 1 排短的转子叶片，前面有可调静子叶片，通过打开或关闭 FLADE 的可调静子，可以调整发动机总的空气流量，这就是第五代 VCE[2]。

本问题就是针对第二代 VCE 和第五代 VCE 提出的，其基本构造和工作原理如下：

（1）基本构造

双涵道变循环发动机的基本构造见图 1.1、图 1.2，其主要部件有：进气道、风扇、副外涵道、CDFS 涵道、核心驱动风扇级（CDFS）、主外涵道、前混合器、高压压气机、主燃烧室、高压涡轮、低压涡轮、后混合器、加力燃烧室、尾喷管。双涵道模式下，选择活门和后混合器（后 VABI）全部打开；单涵道模式下，选择活门关闭，后混合器关小到一定位置。

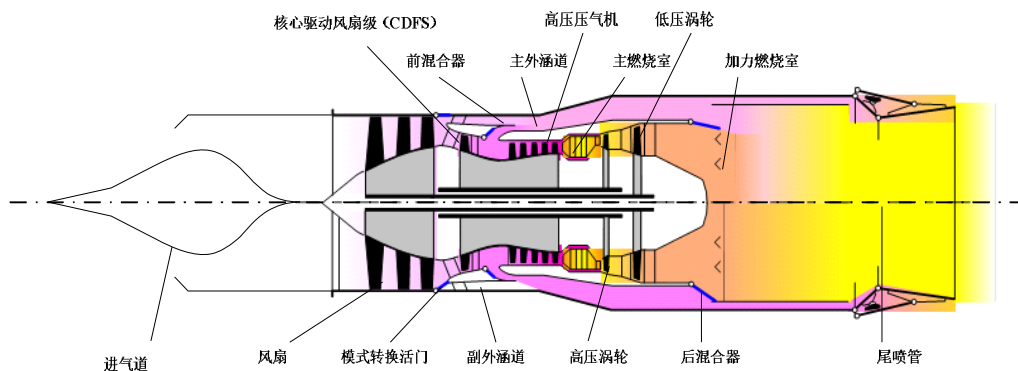


图 1.1 变循环发动机的基本构造

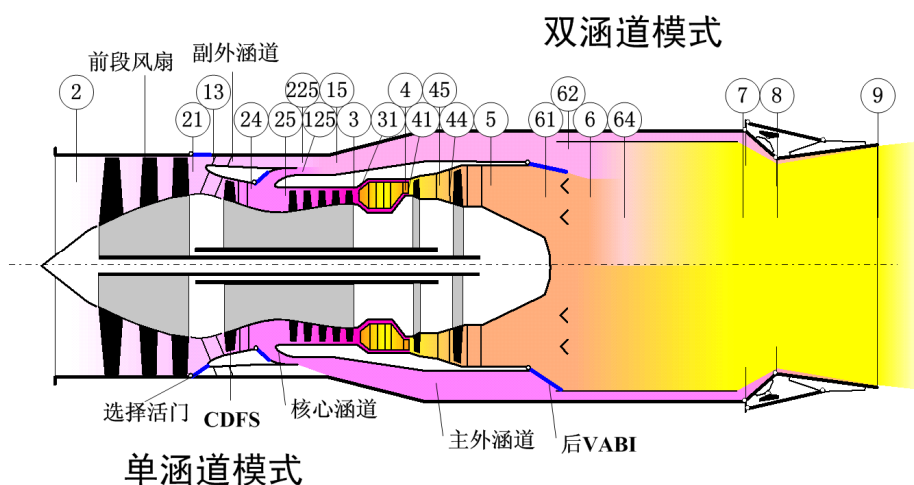


图 1.2 双涵道变循环发动机结构示意图

各部件之间的联系如图 3 所示，变循环发动机为双转子发动机，风扇与低压涡轮相连，CDFS、高压压气机与高压涡轮相连，如图 3 下方褐色的线所示。蓝色的线表示有部件之间的气体流动连接（图 3 中高压压气机后不经过主燃烧室的分流气流为冷却气流，在本题中忽略不计）。

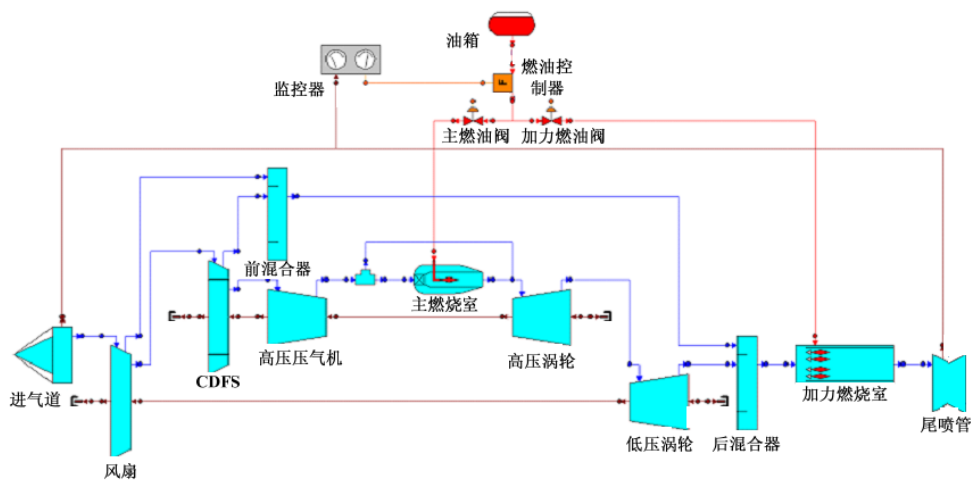


图 1.3 变循环发动机工作原理图

(2) 工作原理

变循环发动机有两种工作模式，分别为涡喷模式和涡扇模式。首先，发动机在亚音速巡航的低功率工作状态，风扇后的模式转换活门会因为副外涵与风扇后的压差而打开，使更多空气进入副外涵，同时前混合器面积开大，此时打开后混合器，增大涵道比，降低油耗，此时为发动机的涡扇模式。第二，发动机在超音速巡航、加速、爬升状态时，前混合器面积关小，副外涵压力增大，选择活门关闭，迫使绝大部分气体进入核心机，产生高的推力，此时为发动机的涡喷模式。

1.2 问题要求

一、(1) 请画出附录4中风扇特性数据表中流量随压比函数值变化的图形。

(2) 设在发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$ ，飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点，导叶角度均设置为 0° ，风扇和CDFS的物理转速都为0.95，风扇和CDFS的压比函数值都为0.5,求风扇和CDFS的出口总温、总压和流量。

二、设在发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$ ，飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点，采用双涵道模式，导叶角度均设置为 0° ，选择活门完全打开，副外涵道面积设为 $1.8395\text{e}+003$ ，后混合器出口总面积设置为 $2.8518\text{e}+004$ ，尾喷管喉道面积 $A_8 = 9.5544\text{e}+003$ ， $n_L = 0.85$ 。请运用或设计适当的算法求解由发动机7个平衡方程 (1)，(2)，(3)，(4)，(5)，(6)，(7) 组成的非线性方程组。要求陈述算法的关键步骤及其解释，尽可能讨论算法的有效性。

三、(1) 设在发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$ ，飞行马赫数 $Ma = 1.5$ 的超音速巡航点，发动机采用单涵道模式，将选择活门面积设置为0，风扇导叶角度、高压压气机导叶角度、高压涡轮导叶角度均设置为 0° ，后混合器面积设置为 $2.8518\text{e}+004$ 。请问发动机CDFS导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积3个量为多少时，发动机的性能最优？

(2) 试研究发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$ ，飞行马赫数从 $Ma = 1.1$ 变化到 $Ma = 1.6$ ，发动机特性最优时，CDFS导叶角度、低压涡轮导叶角度、尾喷管喉道面积随飞行马赫数的变化规律。此时发动机采用单涵道模式，将选择活门面积设置为0，风扇导叶角度、高压压气机导叶角度、高压涡轮导叶角度均设置为 0° ，后混合器出口总面积设置为 $2.8518\text{e}+004$ ，后混合器内、外涵道面积可调（即不受附录1后混合器给定的内、外涵道面积值的约束）。

2. 基本假设与符号说明

2.1 基本假设

1. 变循环航空发动机中的气流在流经各部件时按准一维定常流动处理；
2. 变循环航空发动机模式严格的分为涡扇模式和涡喷模式两种；并且假设在涡扇模式时推力保持不变即加速度为零，在涡喷模式下加速度保持不变；
3. 此发动机在进行模式转换时，选择活门和前、后混合器的控制具有同步性；
4. 变循环航空发动机的选择活门在实现开启/关闭的过程中不受空气流量的影响，并且在关闭时没有气流泄露。
5. 忽略燃烧延迟的影响，并且由于雷诺数对发动机的各个部件都有不同程度的影响，是一个较有深度的研究方向，但其影响是一个非常复杂的机理，为简化计算，本题忽略雷诺数对部件特性的影响；

6.在发动机压缩和膨胀等整个热力循环过程中，忽略工质与发动机部件之间的热量交换；不考虑气流流动的摩擦阻力、摩擦换热以及进、排气流动损失。

7.在后混合器处，忽略筒体冷却气流对气流总体积的损失；

8.在发动机设计过程中，湿度修正方法较为复杂，本文暂不考虑湿度对发动机的循环过程以及发动机的性能参数产生影响。

2.2 符号说明

H	飞行高度	W_{fu}	供油量
Ma	飞行马赫数	ξ_b	燃烧效率
T	总压	H_u	燃料热值
T_s	静压	h	焓
P	总压	ψ	熵
P_s	静压	N	功率
Z	压比函数值	L	功
α	导叶角	A	横截面积
n_h	高压转子物理转速	ρ	密度
$n_{h,cor}$	高压转子换算转速	\overline{CP}	平均等压比热
n_l	低压转子物理转速	λ	速度系数
$n_{l,cor}$	低压转子换算转速	k_m	流量系数
pr	增压比	γ	气体绝热指数
η	效率	F	总推力
W_c	换算流量	η_M	机械效率
W_a	空气流量	F_s	单位推力
W_g	燃气流量	H	飞行高度

f_b	油气比		
文中下标符号：			
f	风扇	cor	换算值
cc	CDFS	in	部件进口
ch	高压压气机	out	部件出口
th	高压涡轮	map	特性图插值数据
tl	低压涡轮	h	高压轴
b	燃烧室	l	低压轴

3. 问题一：对风扇与 CDFS 的相关求解

3.1 问题分析

由变循环发动机为双转子发动机，风扇与低压涡轮相连；CDFS、高压压气机与高压涡轮相连（部件间的具体联系如问题重述中的图 1.3 所示）。针对附录 4 中数据表中的风扇特性数据，直接用 MATLAB 调用，并用公式把增压比转化成压比函数值，作出散点图和线图，得出流量与压比函数值变化的图形。

从图 1.1 中可知一个完整的变循环发动机包括进气道、风扇、外涵道、压气机、燃烧室、高压涡轮、低压涡轮、混合室、喷管等模块，这些模块各自独立并且通过气流的流向相互联接。在对风扇与 CDFS 的相关求解时，可以基于气动热力过程，对风扇和 CDFS 分别建立模型，进而求解。

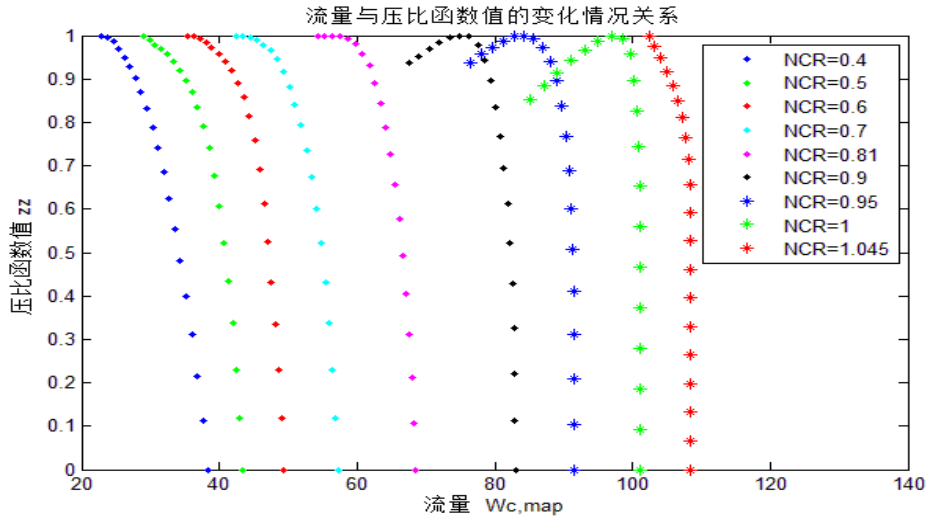
3.2 不同转速下流量与压比函数值变化曲线

附件 4 中风扇特性数据是此发动机在不同增压比下的流量与效率值。设压气机某换算转速所对应的增压比数据（见附录 4）的最大值为 pr_{\max} ，最小值为 pr_{\min} ，则定义该换算转速对应的压气机增压比 pr 的压比函数值 zz 为：

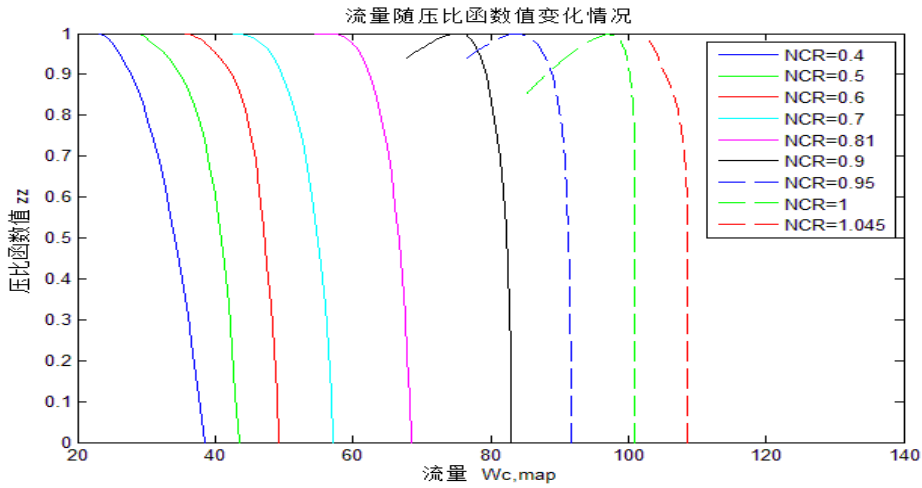
$$zz = \frac{pr - pr_{\min}}{pr_{\max} - pr_{\min}} \quad (3-1)$$

即压气机增压比的标准化变量，也就是压比函数值。

首先用 MATLAB 的对数据进行读取，用公式（3-1）对增压比所在列的数据进行变换，然后出散点图如图 3.1（a）所示，线图如图 3.1（b）所示。



(a) 风扇压比函数值与流量的变化散点图



(b) 风扇压比函数值与流量的变化连线图

3.1 风扇压比函数值与流量的变化关系

从图中可以看出，对于某一特定换算转速下，当压比函数值不断减小时，流量逐渐趋近平稳；当压比函数值一定时，换算转速越大流量就越大；这些特征均符合发动机的气动工作原理，可知附件 4 中的数据是有效的。

3.3 进气道、风扇模型建立与求解

对风扇主要依据气动热力学进行建模，由于飞机发动机中气动热力学的连续性，在建立风扇模型之前必须先建立进气道的模型，进而得到风扇进口截面的气动热力学参数。

3.3.1 建立进气道模型

进气道是发动机气流经过的第一个部件，其作用是为发动机提供与之相匹配的空气流量。在已知发动机飞行高度 H 、飞行马赫数 Ma 的情况下，对进气道可建立如下气动热力学模型：

(1) 计算标准大气条件下环境压力 p_0 （静压），环境温度 T_0 （静温）。

当高度 $H \leq 11km$ 时：

$$\begin{cases} p_0 = 1.01325 \times \left(1 - \frac{H}{44.308}\right)^{5.2553} \\ T_0 = 288.15 - 6.5 \times H \end{cases} \quad (3-2)$$

其中，高度 H 的单位为 km ，温度的单位为 K ，压力的单位为 bar 。

(2) 进气道进口的总温总压：

$$\begin{cases} T_0^* = T_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2\right) \\ p_0^* = p_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \end{cases} \quad (3-3)$$

γ : 气体绝热指数，纯空气 $\gamma=1.4$ ，燃气 $\gamma=1.33$ 。

(3) 计算进气道总压恢复系数：

$$\begin{cases} M_a \leq 1: \sigma_i = 1.0 \\ M_a > 1: \sigma_i = 1.0 - 0.075(M_a - 1)^{1.35} \end{cases} \quad (3-4)$$

(4) 计算进气道出口总温总压：

$$\begin{cases} T_1^* = T_0^* \\ p_1^* = p_0^* \cdot \sigma_i \end{cases} \quad (3-5)$$

3.3.2 建立风扇模型

由变循环发动机的结构原理可知，风扇是对气流进行初步增压，并且进气道的出口截面即为风扇的进口截面，所以风扇进口截面的参数等于进气道的出口截面的参数，在此基础上对风扇进行建模如下：

(1) 由物理转速计算风扇的换算转速：

$$n_{f,cor} = n_f \sqrt{\frac{T_{f,in,d}^*}{T_{f,in}^*}} \quad (3-6)$$

式中， n_f 为实际物理转速； $T_{f,in,d}^*$ 和 $T_{f,in}^*$ 分别为设计点进口总温和实际进口总温，风扇的设计点进口总温 $T_{f,in,d}^*$ 可取为 288.15，实际进口总温 $T_{f,in}^*$ 即进气道的出口总温 T_1^* 。

(2) 计算风扇增压比、效率和流量：

由于风扇的增压比 pr_f 、效率 η_f 和换算流量 W_f 分别是其换算转速和压比函数值及导叶角 α 的函数，如式3-7所示：

$$\begin{cases} pr_f = pr(n_{f,cor}, zz, \alpha) \\ \eta_f = \eta(n_{f,cor}, zz, \alpha) \\ W_f = W(n_{f,cor}, zz, \alpha) \end{cases} \quad (3-7)$$

风扇增压比、效率和换算流量的具体求法如下：

①附录 4 给出了风扇的特性数据。利用线性插值法计算出风扇的换算转速为 n_{cor} 、压比函数值为 zz 时的特性图上的增压比 $pr_{f,map}$ 、效率 $\eta_{f,map}$ 和换算流量 $W_{f,map}$ 。

②将①求的特性图上的增压比 $pr_{f,map}$ 、效率 $\eta_{f,map}$ 和换算流量 $W_{f,map}$ 代入 (3-8)，修正后得到风扇的增压比、效率和换算流量：

$$\begin{cases} pr_f = C_{pr}(pr_{f,map} - 1)(1 + \frac{k_{pr}}{100}\alpha) + 1 \\ W_f = C_W W_{f,map} (1 + \frac{k_w}{100}\alpha) \\ \eta_f = C_\eta \eta_{f,map} (1 + \frac{k_\eta^2}{100}\alpha) \end{cases} \quad (3-8)$$

式中 k_{pr} 、 k_w 、 k_η 分别是增压比、效率和换算流量的修正系数。风扇的 k_{pr} 、 k_w 、 k_η 这三个值均分别取 1，1，0.01；风扇的导叶角变化范围： $-5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$ ；并且风扇模型中 $C_{pr} = 2.3894$ ； $C_W = 0.4950$ ； $C_\eta = 1.0684$ 。

(3) 计算风扇出口参数：

①风扇出口总压： $p_{f,out}^* = p_{f,in}^* \cdot pr_f$ ；

②计算风扇出口理想总温： $T_{f,out,ei}^*$ ：首先，计算进口熵： $\psi_{f,in} = \psi(T_{f,in}^*)$ ，进口焓： $h_{f,in} = h(T_{f,in}^*)$ ；其次，由风扇的出口理想熵： $\psi_{f,out,ei} = \psi_{f,in,ei} + \frac{R}{M} \ln pr_f$ ，这里 $M = 1$ ， R 是气体常数；由风扇出口理想熵 $\psi_{f,out,ei} = \psi(T_{f,out,ei}^*)$ ，计算风扇出口理想焓： $h_{f,out,ei} = h(T_{f,out,ei}^*)$ ；最后，根据公式 $\eta_c = \frac{h_{f,out,ei} - h_{f,in}}{h_{f,out} - h_{f,in}}$ 计算风扇出口焓 $h_{f,out}$ ；由风扇出口焓 $h_{f,out} = h(T_{f,out}^*)$ 求风扇出口总温： $T_{f,out}^*$ 。

③计算风扇流量：

$$W_{lg} = W_f \cdot \sqrt{\frac{T_{f,in,d}^*}{T_{f,in}^*}} \cdot \frac{p_{f,in}^*}{p_{f,in,d}^*} \quad (3-9)$$

其中 $p_{f,in,d}^* = 1.01325$ 。

④计算风扇功和功率：

$$\begin{cases} l_f = h_{f,out} - h_{f,in} \\ N_f = W_{lg} \cdot l_f \end{cases} \quad (3-10)$$

3.3.3 求解风扇出口参数

对于以上模型已知发动机飞行高度 $H = 11km$ ，飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点，导叶角度均设置为 $\alpha = 0^\circ$ ，风扇的物理转速为 $n_f = 0.95$ ，风扇的压比函数值为 $zz_f = 0.5$ 。求解过程中在算法方面，主要涉及到二维线性插值算法求得换算速度为 $n_{f,cor} = 1.0316$ 时的风扇的流量和效率，在解温度与焓组成的超越方程时编写了牛顿迭代的 MATLAB 程序进行求解，对模型和算法的融合采用了 MATLAB 编程集成（具体程序详见附件问题一文件夹），通过求解即可得到风扇的出口总温、总压以及流量如表 3-1 所示。

表 3-1 风扇的出口截面参数

参数名称 截面位置	出口总温 ($T_{f,out}^*$)	出口总压 ($P_{f,out}^*$)	出口流量 ($W_{f,out}^*$)
风扇出口截面	379.2843	1.3057	19.0477

3.4 CDFS 模型建立与求解

此变循环发动机可以进行单涵道和双涵道两种模式的转换，核心驱动风扇级 CDFS 就是在双涵模式下工作的，此时对于整个发动机来说为涡扇工作模式。

3.4.1 建立核心驱动风扇级 CDFS 模型

核心驱动风扇级 CDFS 能够对风扇中出来的气流进行再次增压，并且 CDFS 进口截面的参数等于风扇的出口截面的参数，具体建模过程如下所示：

(1) 由物理转速可计算核心驱动风扇级 CDFS 的换算转速：

$$n_{c,cor} = n_c \sqrt{\frac{T_{c,in,d}^*}{T_{c,in}^*}} \quad (3-11)$$

式中， n_c 为核心驱动风扇的实际物理转速； $T_{c,in,d}^*$ 和 $T_{c,in}^*$ 分别为设计点进口总温和实际进口总温，CDFS 的设计点进口总温 $T_{c,in,d}^*$ 可取为 288.15，实际进口总温 $T_{c,in}^*$ 即可取风扇的出口总温为 $T_{f,out}^*$ 。

(2) 计算 CDFS 的增压比、效率和流量：

由于 CDFS 的增压比 pr_c 、效率 η_c 和换算流量 W_c 分别是其换算转速和压比函数值及导叶角 α 的函数，如式 3-12 所示：

$$\begin{cases} pr_c = pr(n_{c,cor}, zz, \alpha) \\ \eta_c = \eta(n_{c,cor}, zz, \alpha) \\ W_c = W(n_{c,cor}, zz, \alpha) \end{cases} \quad (3-12)$$

CDFS 增压比、效率和换算流量的具体求法如下：

①附录 4 给出了 CDFS 的特性数据。利用线性插值法计算出 CDFS 的换算转速为 $n_{c,cor}$ 、压比函数值为 zz 时的特性图上的增压比 $pr_{c,map}$ 、效率 $\eta_{c,map}$ 和换算流量 $W_{c,map}$ 。

②将①求的特性图上的增压比 $pr_{c,map}$ 、效率 $\eta_{c,map}$ 和换算流量 $W_{c,map}$ 代入 (3-10) 修正后得到 CDFS 的增压比、效率和换算流量：

$$\begin{cases} pr_c = C_{pr}(pr_{c,map} - 1)(1 + \frac{k_{pr}}{100}\alpha) + 1 \\ W_c = C_W W_{c,map}(1 + \frac{k_w}{100}\alpha) \\ \eta_c = C_\eta \eta_{c,map}(1 + \frac{k_\eta^2}{100}\alpha) \end{cases} \quad (3-13)$$

式中 k_{pr} 、 k_w 、 k_η 分别是 CDFS 的增压比、效率和换算流量的修正系数，这三个值均分别取 1，1，0.01；CDFS 导叶角变化范围： $-5^\circ \leq \alpha \leq 35^\circ$ ；并且 CDFS 模型中 $C_{pr} = 0.3059$ ； $C_W = 0.1500$ ； $C_\eta = 1.0999$ 。

(3) 计算CDFS的出口参数:

①CDFS出口总压: $p_{c,out}^* = p_{c,in}^* \cdot pr_c$;

②计算CDFS出口理想总温: $T_{c,out,ei}^*$: 首先, 计算进口熵: $\psi_{c,in} = \psi(T_{c,in}^*)$, 进口焓: $h_{c,in} = h(T_{c,in}^*)$; 其次, 由CDFS的出口理想熵: $\psi_{c,out,ei} = \psi_{c,in,ei} + \frac{R}{M} \ln pr_c$, 这里 $M=1$, R 是气体常数; 由CDFS出口理想熵 $\psi_{c,out,ei} = \psi(T_{c,out,ei}^*)$, 计算CDFS出口理想焓: $h_{c,out,ei} = h(T_{c,out,ei}^*)$; 最后, 根据公式 $\eta_c = \frac{h_{c,out,ei} - h_{c,in}}{h_{c,out} - h_{c,in}}$ 计算CDFS出口焓 $h_{c,out}$; 由CDFS出口焓 $h_{c,out} = h(T_{c,out}^*)$ 求CDFS出口总温: $T_{c,out}^*$ 。

③计算CDFS流量:

$$W_{2g} = W_c \cdot \sqrt{\frac{T_{c,in,d}^*}{T_{c,in}^*}} \cdot \frac{p_{c,in}^*}{p_{c,in,d}^*} \quad (3-14)$$

其中 $p_{c,in,d}^* = 3.5464$ 。

④计算CDFS功和功率:

$$\begin{cases} l_c = h_{c,out} - h_{c,in} \\ N_c = W_{2g} \cdot l_c \end{cases} \quad (3-15)$$

3.4.2 求解 CDFS 出口参数

对于以上模型已知发动机飞行高度 $H=11km$, 飞行马赫数 $Ma=0.8$ 的亚音速巡航点, 导叶角度均设置为 $\alpha=0^\circ$, CDFS 的物理转速为 $n_f=0.95$, 压比函数值为 $zz_c=0.5$ 。求解过程中在算法方面, 主要涉及到二维线性插值算法求得换算速度为 $n_{c,cor}=1.0316$ 时 CDFS 的流量和效率, 在解温度与焓组成的超越方程时编写了牛顿迭代的 MATLAB2 程序进行求解, 对模型和算法的融合采用了 MATLAB 编程集成 (具体程序详见附件 firstquestion 文件夹), 通过求解即可得到 CDFS 的出口总温、总压以及流量如表 3-2 所示。

表 3-2 风扇的出口截面参数

参数名称 截面位置	出口总温 ($T_{c,out}^*$)	出口总压 ($P_{c,out}^*$)	出口流量 ($W_{c,out}^*$)
CDFS 出口截面	379.2843	1.3057	19.0477

3.5 问题一总结

结合问题要求, 首先对附录 4 风扇特性中的增压比变换成压比函数值, 然后对应流量数据作出变化曲线图, 经过分析可知: 对于某一特定换算转速下, 当压比函数值不断减小时, 流量逐渐趋近平稳; 当压比函数值一定时, 换算转速越大流量就越大; 这些特征均符合发动机的气动工作原理, 可知附件 4 中的数据是有效的。

其次, 分别对进气道、风扇以及核心驱动风扇级 CDFS 依据航空发动机气动热力学原理进行了建模, 用 MATLAB 编写了二维线性插值算法、牛顿迭代法, 并且把模型转换成 MATLAB 语言与算法融合, 进行求解, 较好的满足了问题要求, 求解精度也较高。具体结果如下表所示:

表 3-3 问题一的数值结果

参数名称 部件名称	出口总温	出口总压	出口流量	功	功率
风扇	379.2843	1.3057	19.0477	135391.2	2578893.0
CDFS	420.3160	1.7973	17.1330	41573.3	712275.6

4. 问题二：双涵模式下发动机非线性方程组的求解

4.1 问题分析

由于此问题中发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$ ，飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点，即此时变循环发动机是采用的双涵道模式，并且导叶角度设置为 0° ，选择活门完全打开，具体结构如下图 4.1 所示。

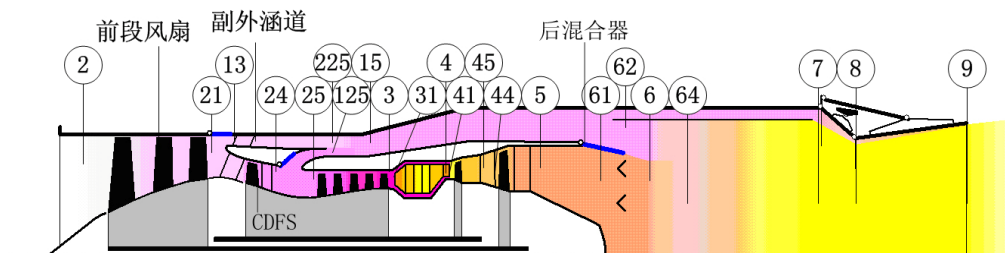


图 4.1 变循环发动机双涵道工作模式

此问题涉及到整个发动机的气动热力学过程，需要对各部件依据气动热力学原理进行建模，列出 7 个平衡方程组成的非线性方程组，使其在发动机共同工作点下，得出有效解。对于此必须寻求理想的非线性平衡方程组求解方法，以扩大模型的收敛范围，提高模型的收敛速度，这也一直是航空发动机非线性数学模型的重要研究内容。本文运用遗传算法对发动机非线性数学模型进行求解，实现了模型在整个发动机包线范围内的收敛，并获得了较为可靠的解。

4.2 双涵模式下各部件模型建立[3]

针对此问题的求解，主要是对整个气动热力学过程的建模，本文将热力学过程分为逐级相连的部件内热力学过程，这就需要就各个部件进行建模，对于问题一中已经建立了的进气道、风扇和 CDFS 的模型，在此不再重述，下面将分别对高压压气机、燃烧室、高压涡轮、低压涡轮、涵道、加力燃烧室、尾喷管等部件进行建模。

4.2.1 高压压气机模型建立

高压压气机能够对风扇中出来的气流进行大幅度增压，并且高压压气机进口截面的参数等于 CDFS 的出口截面的参数，具体建模过程如下所示：

(1) 由高压压气机物理转速可计算其换算转速：

$$n_{ch,cor} = n_{ch} \sqrt{\frac{T_{ch,in,d}^*}{T_{ch,in}^*}} \quad (4-1)$$

式中, n_{ch} 为高压压气机的实际物理转速; $T_{ch,in,d}^*$ 和 $T_{ch,in}^*$ 分别为设计点进口总温和实际进口总温, 高压压气机的设计点进口总温 $T_{ch,in,d}^*$ 可取为 288.15, 实际进口总温 $T_{ch,in}^*$ 即可取 CDFS 的出口总温为 $T_{c,out}^*$ 。

(2) 计算高压压气机的增压比、效率和流量:

由于 CDFS 的增压比 pr_{ch} 、效率 η_{ch} 和换算流量 W_{ch} 分别是其换算转速和压比函数值及导叶角 α_{ch} 的函数, 如式 4-2 所示:

$$\begin{cases} pr_{ch} = pr(n_{ch,cor}, zz_{ch}, \alpha_{ch}) \\ \eta_{ch} = \eta(n_{ch,cor}, zz_{ch}, \alpha_{ch}) \\ W_{ch} = W(n_{ch,cor}, zz_{ch}, \alpha_{ch}) \end{cases} \quad (4-2)$$

高压压气机增压比、效率和换算流量的具体求法如下:

①附录 4 给出了高压压气机的特性数据。利用线性插值法计算出高压压气机的换算转速为 $n_{ch,cor}$ 、压比函数值为 zz_{ch} 时的特性图上的增压比 $pr_{ch,map}$ 、效率 $\eta_{ch,map}$ 和换算流量 $W_{ch,map}$ 。

②将①求的特性图上的增压比 $pr_{ch,map}$ 、效率 $\eta_{ch,map}$ 和换算流量 $W_{ch,map}$ 代入 (4-2) 修正后得到高压压气机的增压比、效率和换算流量:

$$\begin{cases} pr_{ch} = C_{pr}(pr_{ch,map} - 1)(1 + \frac{k_{pr}}{100}\alpha) + 1 \\ W_{ch} = C_W W_{ch,map}(1 + \frac{k_w}{100}\alpha) \\ \eta_{ch} = C_\eta \eta_{ch,map}(1 + \frac{k_\eta^2}{100}\alpha) \end{cases} \quad (4-3)$$

式中 k_{pr} 、 k_w 、 k_η 分别是高压压气机的增压比、效率和换算流量的修正系数, 这三个值均分别取 1, 1, 0.01; 高压压气机导叶角变化范围: $-5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$; 并且高压压气机模型中 $C_{pr} = 0.9119$; $C_W = 0.38462$; $C_\eta = 1.0719$ 。

(3) 计算高压压气机的出口参数:

①高压压气机出口总压: $p_{ch,out}^* = p_{ch,in}^* \cdot pr_{ch}$;

②计算其出口理想总温: $T_{ch,out,ei}^*$: 首先, 计算进口熵: $\psi_{ch,in} = \psi(T_{ch,in}^*)$, 进口焓: $h_{ch,in} = h(T_{ch,in}^*)$; 其次, 由出口理想熵: $\psi_{ch,out,ei} = \psi_{ch,in} + \frac{R}{M} \ln pr_{ch}$, 这里 $M = 1$, R 是气体常数; 由出口理想熵 $\psi_{ch,out,ei} = \psi(T_{ch,out,ei}^*)$, 计算高压压气机出口理想焓: $h_{ch,out,ei} = h(T_{ch,out,ei}^*)$; 最后, 根据公式 $\eta_c = \frac{h_{ch,out,ei} - h_{ch,in}}{h_{ch,out} - h_{ch,in}}$ 计算高压压气机出口焓 $h_{ch,out}$; 由 CDFS 出口焓 $h_{ch,out} = h(T_{ch,out}^*)$ 求高压压气机出口总温: $T_{ch,out}^*$ 。

③计算高压压气机流量:

$$W_{3g} = W_{ch} \cdot \sqrt{\frac{T_{ch,in,d}^*}{T_{ch,in}^*}} \cdot \frac{p_{ch,in}}{p_{ch,in,d}^*} \quad (4-4)$$

其中 $p_{ch,in,d}^* = 4.8860$ 。

④计算高压压气机功和功率：

$$\begin{cases} l_{ch} = h_{ch,out} - h_{ch,in} \\ N_{ch} = W_{3g} \cdot l_{ch} \end{cases} \quad (4-5)$$

4.2.2 主燃烧室模型建立

主燃烧室能够把空气流和燃油融合燃烧，提高气流温度。设主燃烧室的进口总温 T_{3in}^* 、总压 p_{3in}^* 、空气流量 W_{a3in} 的三个进口截面参数为高压压气机的出口截面对应参数；主燃烧室出口温度 T_4^* 。

(1) 根据公式 $f_b = \frac{h_4 - h_3}{\xi_b H_u + h_3}$ 求出主燃烧室出口油气比，其中， h_3 和 h_4 分别主燃烧室进出口焓，燃烧效率 $\xi_b = 0.99$ ，燃油热值 $H_u = 42900000$ ；

(2) 由 $h_4 - h_3 = Hair + \frac{f_b}{1+f_b} \times Hst$ ，可算出主燃烧室出口温度 T_4^* ；其中

$$Hair = -0.30183674 \times 10^6 + 0.10489652 \times 10^4 \times T - 0.23284057 \times T^2 + 0.45288431 \times 10^{-3} \times T^3 - 0.31308477 \times 10^{-6} \times T^4 + 0.11341362 \times 10^{-9} \times T^5 - 0.21298087 \times 10^{-13} \times T^6 + 0.16363600 \times 10^{-17} \times T^7;$$

$$Hst = -0.11152575 \times 10^6 - 0.31020206 \times 10^3 \times T + 2.9961197 \times T^2 - 0.27934788 \times 10^{-2} \times T^3 + 0.18746407 \times 10^{-5} \times T^4 - 0.73499597 \times 10^{-9} \times T^5 + 0.15062602 \times 10^{-12} \times T^6 - 0.12510984 \times 10^{-16} \times T^7$$

(3) 燃油流量 $W_f = W_{a3} \cdot f_b$ ；

(4) 出口总压 $p_4^* = p_{3in}^* \sigma_b$ ，主燃烧室总压恢复系数 $\sigma_b = 0.98$ 。

4.2.3 高压涡轮模型建立

高压涡轮部件作用是使高温气流在其中膨胀做功，以带动核心驱动风扇级和高压压气机。高压涡轮进口总温 $T_{41,in}^*$ 、总压 $p_{41,in}^*$ 、涡轮的压比函数值 zz_{41} 、物理转速 n_{41} 、涡轮导叶角度 α_{41} 。

(1) 求涡轮换算转速

$$n_{41,cor} = n_{41} \sqrt{\frac{T_{41,in,d}^*}{T_{41,in}^*}} \quad (4-6)$$

其中 $T_{41,in,d}^* = 1850 \text{ K}$ 。

高压涡轮的增压比 $pr_{41,c}$ 、效率 $\eta_{41,c}$ 和换算流量 $W_{41,c}$ 分别是其换算转速和压比函数值及导叶角 α_{41} 的函数。

$$\begin{cases} pr_{41,c} = prc(n_{41,cor}, zz_{41}, \alpha_{41}) \\ \eta_{41,c} = \eta(n_{41,cor}, zz_{41}, \alpha_{41}) \\ W_{41,c} = W(n_{41,cor}, zz_{41}, \alpha_{41}) \end{cases} \quad (4-7)$$

(2) 涡轮的增压比、效率和换算流量的求法如下：

①附录 4 分别给出了高压涡轮、低压涡轮的特性数据。利用线性插值法计算出涡轮的换算转速为 $n_{41,cor}$ 、压比函数值为 zz_{41} 时的特性图上的增压比 $pr_{41,c,map}$ 、

效率 $\eta_{41,c,map}$ 和换算流量 $W_{41,c,map}$ 。

②将①求的特性图上的增压比 $pr_{41,c,map}$ 、效率 $\eta_{41,c,map}$ 和换算流量 $W_{41,c,map}$ 代入 (4-7) 修正后得到涡轮的增压比、效率和换算流量：

$$\begin{cases} pr_{41,c} = C_{pr}(pr_{41,c,map} - 1)(1 + \frac{k_{pr}}{100}\alpha) + 1 \\ W_{41,c} = C_w W_{41,c,map} (1 + \frac{k_w}{100}\alpha) \\ \eta_{41,c} = C_\eta \eta_{41,c,map} (1 + \frac{k_\eta^2}{100}\alpha) \end{cases} \quad (4-8)$$

$k_{41,pr}$ 、 $k_{41,w}$ 、 $k_{41,\eta}$ 分别是高压涡轮增压比、效率和换算流量的修正系数，这三个值均分别取 1，1，0.01；高压涡轮导叶角变化范围： $-5^\circ \leq \alpha_{41} \leq 15^\circ$ ，高压涡轮变比系数 $C_{pc}=1.5342, C_w=13.2121, C_\eta=1.0121$ 。

(3) 根据高压涡轮换算流量计算涡轮流量：

$$W_{41,g} = W_{41,c} \cdot \sqrt{\frac{T_{41,in,d}^*}{T_{41,in}^*}} \cdot \frac{p_{41,in}^*}{p_{41,in,d}^*} \quad (4-9)$$

其中 $p_{41,in,d}^*=28.7297$ 。

(4) 高压涡轮出口总压 $p_{45,out}^* = p_{41,in}^* / pr_{41,c}$

(5) 高压涡轮出口总温 T_{out}^* 根据公式 (4-10) 求出。

$$pr_{4,c} = \left[1 - \left(1 - \frac{T_{45,out}^*}{T_{41,in}^*} \right) / \eta_{41,c} \right]^{-\overline{Cp}/R} \quad (4-10)$$

其中高压涡轮平均等压比热 $\overline{Cp}=1.2988e+003$ ， R 为气体常数。

(6) 求高压涡轮进口焓 $h_{41,in} = h(T_{41,in}^*, f_b)$ ，其中 f_b 为涡轮进口油气比；

(7) 求高压涡轮出口焓 $h_{45,out} = h(T_{45,out}^*, f_b)$ ；

(8) 高压涡轮功和功率：

$$\begin{cases} l_{45,T} = h_{41,in} - h_{45,out} \\ N_{45,T} = W_{41,g} \cdot l_{45,T} \eta_m \end{cases} \quad (4-11)$$

其中， $\eta_m=0.99$ 为涡轮机械效率。

4.2.4 低压涡轮模型建立

低压涡轮部件作用是使高温气流在其中膨胀做功，由于该发动机是双轴发动机，低压涡轮还要以带动前面级风扇。低压涡轮进口总温 $T_{44,in}^*$ 、总压 $p_{44,in}^*$ 、涡轮的压比函数值 zz_{44} 、物理转速 n_{44} 、涡轮导叶角度 α_{44} 。

(1) 求涡轮换算转速

$$n_{44,cor} = n_{44} \sqrt{\frac{T_{44,in,d}^*}{T_{44,in}^*}} \quad (4-12)$$

其中 $T_{44,in,d}^* = 1504.5 \text{ K}$ 。

高压涡轮的增压比 $pr_{44,c}$ 、效率 $\eta_{44,c}$ 和换算流量 $W_{44,c}$ 分别是其换算转速和压比函数值及导叶角 α_{44} 的函数。

$$\begin{cases} pr_{44,c} = prc(n_{44,cor}, zz_{44}, \alpha_{44}) \\ \eta_{44,c} = \eta(n_{44,cor}, zz_{44}, \alpha_{44}) \\ W_{44,c} = W(n_{44,cor}, zz_{44}, \alpha_{44}) \end{cases} \quad (4-13)$$

(2) 低压涡轮的增压比、效率和换算流量的求法如下：

①附录 4 分别给出了低压涡轮的特性数据。利用线性插值法计算出涡轮的换算转速为 $n_{44,cor}$ 、压比函数值为 zz_{44} 时的特性图上的增压比 $pr_{44,c,map}$ 、效率 $\eta_{44,c,map}$ 和换算流量 $W_{44,c,map}$ 。

②将①求的特性图上的增压比 $pr_{44,c,map}$ 、效率 $\eta_{44,c,map}$ 和换算流量 $W_{44,c,map}$ 代入 (4-13) 修正后得到低压涡轮的增压比、效率和换算流量：

$$\begin{cases} pr_{44,c} = C_{pr}(pr_{44,c,map} - 1)(1 + \frac{k_{pr}}{100}\alpha) + 1 \\ W_{44,c} = C_W W_{44,c,map}(1 + \frac{k_w}{100}\alpha) \\ \eta_{44,c} = C_\eta \eta_{44,c,map}(1 + \frac{k_\eta^2}{100}\alpha) \end{cases} \quad (4-14)$$

$k_{44,pr}$ 、 $k_{44,w}$ 、 $k_{44,\eta}$ 分别是涡轮增压比、效率和换算流量的修正系数，这三个值均分别取 1，1，0.01；低压涡轮导叶角变化范围： $-5^\circ \leq \alpha_{41} \leq 15^\circ$ ，低压涡轮变比系数 $C_{pr} = 0.7902, C_W = 0.3881, C_\eta = 1.0061$ 。

(3) 根据涡轮换算流量计算涡轮流量：

$$W_{44,g} = W_{44,c} \cdot \sqrt{\frac{T_{44,in,d}^*}{T_{44,in}^*}} \cdot \frac{p_{44,in}^*}{p_{44,in,d}^*} \quad (4-15)$$

其中 $p_{44,in,d}^* = 11.3371$ 。

(4) 涡轮出口总压 $p_{5,out}^* = p_{44,in}^* / pr_{44,c}$

(5) 涡轮出口总温 $T_{5,out}^*$ 根据公式 (3-31) 求出。

$$pr_{44,c} = \left[1 - \left(1 - \frac{T_{5,out}^*}{T_{44,in}^*} \right) / \eta_{44,c} \right]^{-\overline{CP}/R} \quad (4-16)$$

其中高压涡轮平均等压比热 $\overline{CP} = 1.2988e+003$ ， R 为气体常数。

(6) 求涡轮进口焓 $h_{44,in} = h(T_{44,in}^*, f_b)$ ，其中 f_b 为涡轮进口油气比；

(7) 求涡轮出口焓 $h_{5,out} = h(T_{44,out}^*, f_b)$ ；

(8) 涡轮功和功率：

$$\begin{cases} l_{5,T} = h_{44,in} - h_{5,out} \\ N_{5,T} = W_{44,g} \cdot l_{5,T} \eta_m \end{cases} \quad (4-17)$$

其中， $\eta_m=0.99$ 为涡轮机械效率。

4.2.5 涵道模型建立

如下图4.2所示，涵道包括主涵道、副外涵道以及CDFS涵道。

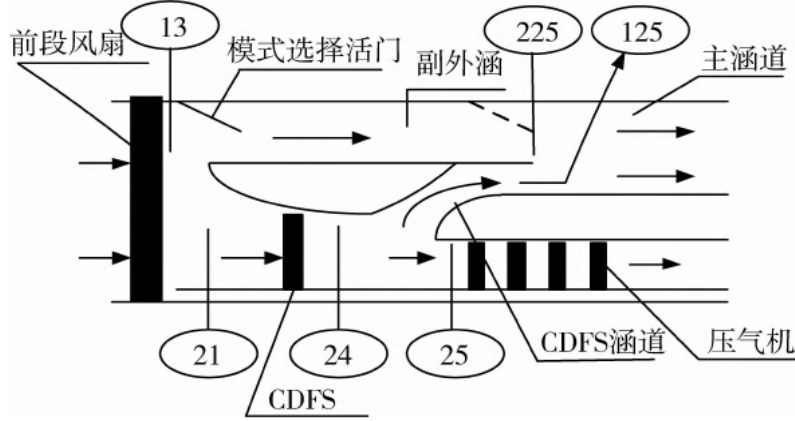


图 4.2 变循环发动机局部简图

三种涵道的模型均为：已知涵道进口总温 T_{in}^* 、总压 p_{in}^* 、流量 $W_{a,in}$ 、总压恢复系数 σ_{duct} 。

$$\begin{cases} T_{out}^* = T_{in}^* \\ p_{out}^* = p_{in}^* \sigma_{duct} \\ W_{a,out} = W_{a,in} \end{cases} \quad (4-18)$$

其中总压恢复系数 $\sigma_{duct} = 0.98$ 。

4.2.6 混合器模型建立

已知混合器两股掺混气流掺混前的总压、总温、流量、面积的条件下。计算过程如下：

- (1) 内涵气流根据流量公式 $W_{g61} = k_m \frac{p_{61}^*}{\sqrt{T_{61}^*}} A_{61} q(\lambda_{61})$ 求出 $q(\lambda_{61})$ 和 λ_{61} ，其中内涵出口面积 $A_{61}=5.3061\text{e}+003$ ， p_{61}^* 为内涵出口总压， T_{61}^* 为内涵出口总温；
- (2) 外涵气流根据流量公式 $W_{g62} = k_m \frac{p_{62}^*}{\sqrt{T_{62}^*}} A_{62} q(\lambda_{62})$ 求出 $q(\lambda_{62})$ 和 λ_{62} ，其中外涵出口面积 $A_{62}=2.3212\text{e}+004$ ， p_{62}^* 为外涵出口总压， T_{62}^* 为外涵出口总温；
- (3) 计算内涵静压 $p_{61} = p_{61}^* \cdot \pi(\lambda_{61})$ ，计算外涵静压 $p_{62} = p_{62}^* \cdot \pi(\lambda_{62})$ ；
- (4) 由下列公式（4-19）求出混合器出口总温 T_6^* 、总压 p_6^* 、流量 W_{g6} 。 T_6^* 是由（4-19）的第二个公式求出的。

$$\begin{cases} W_{g61} + W_{g62} = W_{g6} \\ W_{g61}h_{61} + W_{g62}h_{62} = W_{g6}h_6 \\ p_{61}^*f(\lambda_{61})A_{61} + p_{62}^*f(\lambda_{62})A_{62} = p_6^*f(\lambda_6)(A_{61} + A_{62}) \\ W_{g6} = k_m \frac{p_6^*}{\sqrt{T_6^*}} A_6 q(\lambda_6) \end{cases} \quad (4-19)$$

其中： $A_6 = A_{61} + A_{62}$ ， h_6 为后混合器出口焓， h_{61} 为后混合器内涵出口焓， h_{62} 为后混合器外涵出口焓， W_{g61} 为后混合器内涵出口流量， W_{g62} 为后混合器外涵出口流量， 气动函数 $f(\lambda)$ 、 $q(\lambda)$ 的定义见附录3。

4.2.7 加力燃烧室模型建立

加力燃烧室是对气流的再次加热膨胀， 一般在涡扇模式下不加力， 在涡喷模式下加力。

$$\begin{cases} P_{6out}^* = P_{6in}^* \cdot \sigma_6 \\ T_{6out}^* = T_{6in}^* \\ W_{g6out} = W_{g6in} \end{cases} \quad (4-20)$$

其中 P_{6in}^* 、 P_{6out}^* 分别为进出口总压， T_{6in}^* 、 T_{6out}^* 分别为进出口总温， W_{g6in}^* 、 W_{g6out}^* 分别为进出口流量， $\sigma_6=1$ 为总压恢复系数。

4.2.8 尾喷管模型建立

从加力燃烧室出来的气体进入尾喷管， 可知尾喷管进口总温 $T_{7,in}^*$ 、 总压 $p_{7,in}^*$ 、 流量 $W_{7,g}$ 、 大气环境压力 p_0 ， 由于本文采取的是拉瓦尔喷管， 则经过此尾喷管每个截面的流量相同， 具体结构如下图4.3所示。

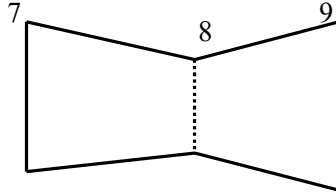


图4.3 拉瓦尔喷管示意图

(1) 计算尾喷管喉道面积 A_8 ， 出口面积 A_9 。假设尾喷管始终处于临界或超临界状态， 即速度系数 $\lambda_8=1$ 。

①由流量公式 $W_{g8} = k_m \frac{p_8^*}{\sqrt{T_8^*}} A_8 q(\lambda_8)$ 计算出 A_8 ；

② $p_9 = p_0$ ， 计算出 $\pi(\lambda_9) = p_9 / p_9^*$ ， 并求出 λ_9 ；

③由流量公式 $W_{g9} = k_m \frac{p_9^*}{\sqrt{T_9^*}} A_9 q(\lambda_9)$ 计算出 A_9 ；

④判断 $\frac{A_9}{A_8} > ar$ (这里 $ar=3$)， 如果是， 则 $A_9 = 3A_8$ ， 利用流量公式重新计算 λ_9 。

(2) 计算尾喷管出口静温 $T_9 = T_7^* \tau(\lambda_9)$ ；

(3) 尾喷管出口气流速度 $c_9 = \varphi_{nz} \sqrt{2(h_9^* - h_9)}$, 其中: $\varphi_{nz} = 0.98$, 焓 h_9^* 和焓 h_9 分别由尾喷管出口总温和静温求出。

4.3 双涵模式下发动机整机建模与求解

在 4.2 节中已详细对该变循环发动机的各个部件进行了建模, 其主要依据是发动机工作的气动热力学原理。由于此问题是对发动机的非线性平衡方程组进行求解, 在此基础上结合题中所给的 $A_8 = 9.5544\text{e}+003$, $n_L = 0.85$ 调节规律下, 对发动机整机非线性方程组进行建模求解。

4.3.1 对整机模型的数学方程描述

由发动机处于飞行高度 $H = 11\text{km}$, 飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点, 基于各部件的模型, 现在对整机模型的数学方程进行提炼, 以完整简练的表达出发动机整机运作时的气动热力学方程, 由于各个部件是逐级衔接的, 所以对每一个完整衔接的只需给出部件的出口参数即可, 具体参数方程如表 4-1 所示。

表 4-1 整机模型的数学方程

进气道参数	进口截面:	进口总温: $T_1 = f_1(H)$ 进口总压: $P_1 = f_2(H, Ma)$
	出口截面:	出口总温: $T_2 = T_1$ 总压恢复系数: $\sigma_1 = f_3(Ma)$ 出口总压: $P_2 = \sigma_1 P_1$
风扇参数	物理转速: n_l 换算转速: $n_{l,cor} = n_l \sqrt{\frac{T_{2,d}^*}{T_2}}$ 压比函数值: Z_f 导叶角: α_f 风扇特性: $pr_f = f_4(n_{l,cor}, Z_f, \alpha_f)$ $\eta_f = f_5(n_{l,cor}, Z_f, \alpha_f)$ 换算空气流量: $W_{f,cor} = f_6(n_{l,cor}, Z_f, \alpha_f)$ 出口总压: $P_{21} = P_2 pr_f$ 出口总温: $T_{21} = f_7(T_2, P_2, \eta_f, pr_f)$ 出口流量: $W_f = f_8(W_{f,cor}, T_2, P_2)$ 风扇消耗功: $L_f = f_9(T_2, P_2, \eta_f, pr_f) W_f$	

CDFS 参数	<p>物理转速: n_h</p> <p>换算转速: $n_{c,cor} = n_h \sqrt{\frac{T_{21,d}^*}{T_{21}}}$</p> <p>压比函数值: Z_c</p> <p>导叶角: α_c</p> <p>风扇特性: $pr_c = f_{10}(n_{h,cor}, Z_c, \alpha_c)$</p> $\eta_c = f_{11}(n_{c,cor}, Z_c, \alpha_c)$ <p>换算空气流量: $W_{c,cor} = f_{12}(n_{c,cor}, Z_c, \alpha_c)$</p> <p>出口总压: $P_{25} = P_{21} pr_c$</p> <p>出口总温: $T_{25} = f_{13}(T_{21}, P_{21}, \eta_c, pr_c)$</p> <p>出口流量: $W_c = f_{14}(W_{c,cor}, T_{21}, P_{21})$</p> <p>风扇消耗功: $L_c = f_{15}(T_{21}, P_{21}, \eta_c, pr_c) W_c$</p>
压气机参数	<p>物理转速: n_h</p> <p>换算转速: $n_{h,cor} = n_h \sqrt{\frac{T_{25,d}^*}{T_{25}}}$</p> <p>压比函数值: Z_h</p> <p>导叶角: α_h</p> <p>风扇特性: $pr_h = f_{16}(n_{h,cor}, Z_h, \alpha_h)$</p> $\eta_h = f_{17}(n_{h,cor}, Z_h, \alpha_h)$ <p>换算空气流量: $W_{h,cor} = f_{18}(n_{h,cor}, Z_h, \alpha_h)$</p> <p>出口总压: $P_3 = P_{25} pr_h$</p> <p>出口总温: $T_3 = f_{19}(T_{25}, P_{25}, \eta_h, pr_h)$</p> <p>出口流量: $W_h = f_{20}(W_{h,cor}, T_3, P_3)$</p> <p>风扇消耗功: $L_h = f_{21}(T_3, P_3, \eta_h, pr_h) W_h$</p>
燃烧室参数	<p>燃烧效率: $\eta_b = 0.99$</p> <p>总压恢复系数: $\sigma_b = 0.98$</p> <p>出口总压: $P_4 = P_3 \sigma_b$</p> <p>油气比: $f_b = f_{22}(T_3, T_4, \eta_b)$</p> <p>主供油量: $W_{fu} = W_h f_b$</p> <p>出口燃气流量: $W_{th} = W_h + W_{fu}$</p>

高压涡轮参数	<p>物理转速: n_h</p> <p>换算转速: $n_{th,cor} = n_h \sqrt{\frac{T_{4,d}^*}{T_4}}$</p> <p>压比函数值: Z_{th}</p> <p>导叶角: α_{th}</p> <p>涡轮特性: $pr_{th} = f_{23}(n_{h,cor}, Z_{th}, \alpha_{th})$</p> $\eta_{th} = f_{24}(n_{th,cor}, Z_{th}, \alpha_{th})$ <p>出口燃气流量: $W_{th} = f_{25}(n_{th,cor}, Z_{th}, \alpha_{th})$</p> <p>出口总温: $T_{45} = f_{26}(T_4, pr_{th}, \eta_{th})$</p> <p>出口总压: $P_{45} = f_{27}(P_4, pr_{th})$</p>	
低压涡轮参数	<p>物理转速: n_l</p> <p>换算转速: $n_{tl,cor} = n_l \sqrt{\frac{T_{45,d}^*}{T_{45}}}$</p> <p>压比函数值: Z_{tl}</p> <p>导叶角: α_{tl}</p> <p>涡轮特性: $pr_{tl} = f_{28}(n_{tl,cor}, Z_{tl}, \alpha_{tl})$</p> $\eta_{tl} = f_{29}(n_{tl,cor}, Z_{tl}, \alpha_{tl})$ <p>出口燃气流量: $W_{tl} = f_{30}(n_{tl,cor}, Z_{tl}, \alpha_{tl})$</p> <p>出口总温: $T_5 = f_{31}(T_{45}, pr_{tl}, \eta_{tl})$</p> <p>出口总压: $P_5 = f_{32}(P_{45}, pr_{tl})$</p>	
前混合器参数	CDFS 涵道	<p>出口总温: $T_{125} = T_{24}$</p> <p>出口总压: $P_{125} = P_{24}$</p> <p>出口流量: $W_{125} = W_{24} - W_3$</p> <p>出口面积: $A_{125} = 608.4252$</p> <p>气动函数: $\pi_{125} = f_{33}(W_{125}, A_{125}, P_{125}, T_{125})$</p> <p>出口静压: $P_{s125} = P_{125}^* \pi_{125}$</p>

后混合器参数	副外涵道:	出口总温: $T_{25} = T_{21}$ 出口总压: $P_{225} = P_{21}$ 出口静压: $P_{s225} = P_{s125}$ 出口面积: $A_{225} = 1839.5$ 空气流量: $W_{125} = f_{34}(A_{225}, P_{s225}, P_{225}, T_{225})$
	主涵道:	空气流量: $W_{15} = W_{125} + W_{225}$ 出口面积: $A_{15} = A_{125} + A_{225}$ 出口总温: $T_{15} = f_{35}(W_c, W_h, T_{125}, P_{125}, T_{225}, P_{225}, A_{125}, A_{225})$ 出口总压: $P_{15} = f_{36}(W_c, W_h, T_{125}, P_{125}, T_{225}, P_{225}, A_{125}, A_{225})$
	内涵道:	出口总温: $T_{61} = T_5$ 出口总压: $P_{61} = T_5$ 出口面积: $A_{61} = 5306.1$ 出口静压: $P_{s61} = f_{37}(W_{15}, P_{61}, T_{61}, A_{61})$
后混合器参数	外涵道:	出口总温: $T_{62} = T_{15}$ 出口总压: $P_{62} = T_{15}$ 出口面积: $A_{62} = 23212$ 出口静压: $P_{s62} = f_{38}(W_{15}, P_{62}, T_{62}, A_{62})$
	混合出口:	出口流量: $W_6 = W_{61} + W_{62}$ 出口总温: $T_6 = f_{39}(W_{15}, W_{15}, T_5, P_5, T_{15}, P_{15}, A_{61}, A_{62})$ 出口总压: $P_6 = f_{40}(W_{15}, W_{15}, T_5, P_5, T_{15}, P_{15}, A_{61}, A_{62})$
收扩喷管参数		燃气总温: $T_9 = T_8 = T_7 = T_6$ 燃气总压: $P_9 = P_8 = P_7 = P_6$ 燃气流量: $W_9 = W_8 = W_7 = W_6$ 出口静压: $P_{s9} = P_{s0}$ 喉部面积 (临界条件下): $A_8 = f_{41}(W_8, P_8, T_8)$ 出口面积: $A_9 = f_{42}(W_9, P_9, T_9, P_{s9})$ 出口速度: $c_9 = f_{43}(T_9, P_9, P_{s9})$

上述方程即为此变循环发动机处于飞行高度 $H = 11km$, 飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点的气动热力学方程。问题中已经给出调节规律为

$A_8 = 9.5544\text{e}+003$, $n_L = 0.85$, 在此条件下还必须确定发动机的共同工作方程, 才能确定非线性方程组的解。发动机在平衡状态工作时, 各部件之间必须遵循气动力学和转子动力学的共同工作条件, 形成这些条件约束的方程综合起来就是发动机的共同工作方程。也就是说发动机各部件匹配工作时, 受共同工作方程制约, 发动机的 7 个平衡方程如下:

(1) 低压轴功率平衡:

$$N_{CL} - N_{TL}\eta_{mL} = 0 \quad (4-21)$$

其中 N_{CL} 是风扇消耗功率, N_{TL} 是低压涡轮发出功率, $\eta_{mL} = 0.99$ 为中间轴机械效率。

(2) 高压轴功率平衡:

$$N_{CH} + N_{CDFS} - N_{TH}\eta_{mH} = 0 \quad (4-22)$$

N_{CH} 和 N_{CDFS} 分别是高压压气机和CDFS的消耗功率, N_{TH} 是高压涡轮发出功率, $\eta_{mH} = 0.99$ 是高速轴的机械效率。

(3) 高压涡轮进口截面流量平衡:

$$W_{g41} - W'_{g41} = 0 \quad (4-23)$$

其中, W_{g41} 是高压涡轮进口截面气体流量, 即主燃烧室出口气体流量和冷却空气流量, W'_{g41} 是通过高压涡轮特性数据线性插值得到的高压涡轮流量, 这里忽略冷却的空气流量。

(4) 低压涡轮进口截面流量平衡:

$$W_{g45} - W'_{g45} = 0 \quad (4-24)$$

其中, W_{g45} 是低压涡轮进口截面流量, 由主燃烧室出口气体流量和冷却空气流量计算得到, W'_{g45} 是通过低压涡轮特性数据线性插值得到的低压涡轮流量, 这里忽略冷却的空气流量。

(5) 后混合器静压平衡

$$p_{61} - p_{62} = 0 \quad (4-25)$$

p_{61} 和 p_{62} 分别是后混合器内、外涵道(主外涵道)的静压, 二者应平衡。后混合器见图2的6截面。

(6) 尾喷管面积平衡

$$A_8 - A'_8 = 0 \quad (4-26)$$

其中, A'_8 为给定的尾喷管8截面的面积, 这里 $A'_8 = 9.4575\text{e}+003$ 、 A_8 为按附录1尾喷管的有关公式计算出的尾喷管8截面的面积, 二者应相等。

(7) 风扇出口流量平衡

$$W_{a2} - W_{a21} - W_{a13} = 0 \quad (4-27)$$

其中, 风扇出口的流量 W_{a2} 分流为副外涵流量 W_{a13} 和CDFS进口流量 W_{a21} , 三者之间应存在平衡关系。副外涵流量 W_{a13} 是按附录1中前混合器的有关公式计算出的。

方 程 (4-21~27) 中 的 变 量 $N_{CL}, N_{TL}, N_{CH}, N_{CDFS}, N_{TH}$, $W_{g41}, W'_{g41}, W_{g45}, W'_{g45}, p_{61}, p_{62}, A_8, W_{a2}, W_{a21}, W_{a13}$ 各量可分别由表4-1中的公式转化为表4-2所列12个设计中需要给出的发动机各部件参数的函数。

表4-2 发动机参数说明

试给参数	说明	试给参数	说明
n_L	低压转速（风扇、低压涡轮物理转速）	Z_{TH}	高压涡轮压比函数值
n_H	高压转速（高压压气机、CDFS、高压涡轮物理转速）	Z_{TL}	低压涡轮压比函数值
Z_{CL}	风扇压比函数值	α_L	风扇导叶角
Z_{CDFS}	CDFS压比函数值	α_{CDFS}	CDFS导叶角
Z_{CH}	高压压气机压比函数值	α_H	高压压气机导叶角
T_4^*	主燃烧室出口温度	α_{CH}	低压涡轮导叶角

4.3.2 基于遗传算法求发动机非线性方程组

通过发动机气动热力学原理建立非线性数学模型，航空发动机数学模型是其性能数值仿真与控制系统设计与应用的基础与前提，而精度、收敛性与实时性（对实时模型而言）是对模型可应用与否的最基本要求，也是历来发动机建模所追求的目标。目前采用的各种迭代解法从理论上还不能克服模型不收敛的局限，因而极大地制约了发动机性能数值仿真的发展[4]。

4.3.2.1 基于遗传算法解发动机非线性方程组的可行性

遗传算法提供了一种求解系统优化问题的通用框架，它不依赖所研究问题的具体领域，运算通过种群的更新与迭代来搜索全局最优解，与其它优化算法相比，对于复杂的工程问题求解具有较强的鲁棒性；仅利用目标函数取值信息，无需诸如梯度及其它辅助信息，适合于大规模、高度非线性及无解析表达式的目标函数优化问题；搜索能力强，从理论上证明可以完全收敛于全局最优解；采用群体搜索，具有良好的并行性；采用随机化算子而不是严格的确定性运算，可以直接逼近非线性、多约束、多目标优化问题的求解目标[5]。这些特点使得遗传算法应用于像航空发动机研究一类的复杂工程问题时，能够表现出非凡的计算能力[6]。对于此题的求解的多变量问题，并且变量之间还有内在隐性方程，基于遗传算法的以上优点，对于解决此类问题较为方便，本文采取遗传算法对发动机非线性方程组求解。

4.3.2.2 基于遗传算法求解发动机非线性方程组

航空发动机的工作过程是一个复杂的气动热力学方程，数学模型中所包含的发动机平衡方程是一组系数不明确的隐式非线性方程组。下面将阐述把非线性方程组融入到遗传算法中并求解的方法。

（1）明确目标函数，确定评价函数；在对发动机的非线性方程组求解时，可以发现发动机的各部件运作是以共同工作方程为基础的，因此，可以把共同工作方程定为求解的约束条件，进而确定寻求最优解的评价函数。

首先，对发动机的7个共同工作方程（式4-28~4-34），做如下简单处理，并把处理后的结果定义为求解误差：

$$ERR1 = |(N_{CL} - N_{TL} * \eta_{mL}) / N_{TL} * \eta_{mL}| \quad (4-28)$$

$$ERR2 = |(N_{CH} + N_{CDFS} - N_{TH} * \eta_{mH}) / N_{TH} * \eta_{mH}| \quad (4-29)$$

$$ERR3 = |(Wg_{41}' - Wg_{41}') / Wg_{41}'| \quad (4-30)$$

$$ERR4 = |(Wg_{45} - Wg'_{45}) / Wg'_{45}| \quad (4-31)$$

$$ERR5 = |(p_{61} - p_{62}) / p_{62}| \quad (4-32)$$

$$ERR6 = |(A8 - A'_8) / A'_8| \quad (4-33)$$

$$ERR7 = |(W_{a2} - W_{a21} - W_{a13}) / (W_{a21} + W_{a13})| \quad (4-34)$$

把 7 个共同工作方程转换为如上误差形式，可定为非线性方程组的约束条件，当以上七个值最小时可以认为是最优解，但是由于发动机线性方程组本身的约束性比较强，让每个值同时达到最小值几乎是不可能的，所以考虑对全局寻求最优解，则进一步定出全局评价函数为 f ，则有：

$$f = \lambda_1 ERR1 + \lambda_2 ERR2 + \lambda_3 ERR3 + \lambda_4 ERR4 + \lambda_5 ERR5 + \lambda_6 ERR6 + \lambda_7 ERR7 \quad (4-35)$$

当 f 在遗传算法求解过程中收敛为最小值时，可以认为取到最优解。其中 $\lambda_1 \sim \lambda_6$ 为不同误差的权重，由于各个变量为独立变量，则可认为各权重均相等。

(2) 确定变量边界，定出编码位数；在遗传算法的求解过程中，由于遗传算法对初始值敏感度不高，变量的范围不会影响到遗传算法的收敛性，但是一组有效的变量范围，能够很大程度上提高计算效率。在遗传算法中，相同的编码长度，变量范围越小，个体的分辨率越高，相应地计算精度也越高；如果计算精度保持不变，则变量范围越小，个体编码长度相应地减少，算法的计算效率将会提高，因此总是希望变量的变化范围越小越好。但是为了保证平衡方程的解满足一定的精度要求，独立的分辨率额就不能太低，然而一味地追求高的分辨率，又会降低整个模型的计算效率[4]。本题所取的变量取值范围、编码长度以及分辨率如下表 4-3 所示。

表 4-3 变量的取值范围、编码长度以及分辨率

变量名称	取值范围	编码长度	分辨率额
n_H	[0.8, 1]	13	0.00002
z_{CL}	[0, 1]	15	0.00006
z_{CDFS}	[0, 1]	15	0.00006
z_{CH}	[0, 1]	15	0.00006
T_4	[800, 1800]	12	0.2695312
z_{TH}	[0, 1]	18	0.000006
z_{TL}	[0, 1]	15	0.00006

(3) 提出自适应度函数，制定进化策略；由误差约束条件，可以提出自适应度函数为：

$$P(X) = ERR_{\max} - ERRX + k(ERR_{\max} - ERR_{\min}) \quad (4-36)$$

其中 $k = \frac{1}{N-1}$ 。

由于本题的调节规律为 $A_8 = 9.5544e+003$ ， $n_L = 0.85$ ，对应的个体编码长度为 80。并且本题属于多维长解码问题，对于此题来说，遗传算法在计算时采用轮盘选择、简单交叉、均匀变异、进化方向算子进化策略，并且相应的进化参数的取值情况为：

$$P_c = 0.88, P_m = 0.01, P_d = 0.4 \quad (4-37)$$

(4) 接下来就是用 MATLAB2010b 来实现编程，程序的具体实现流程如图 4.4 所示。

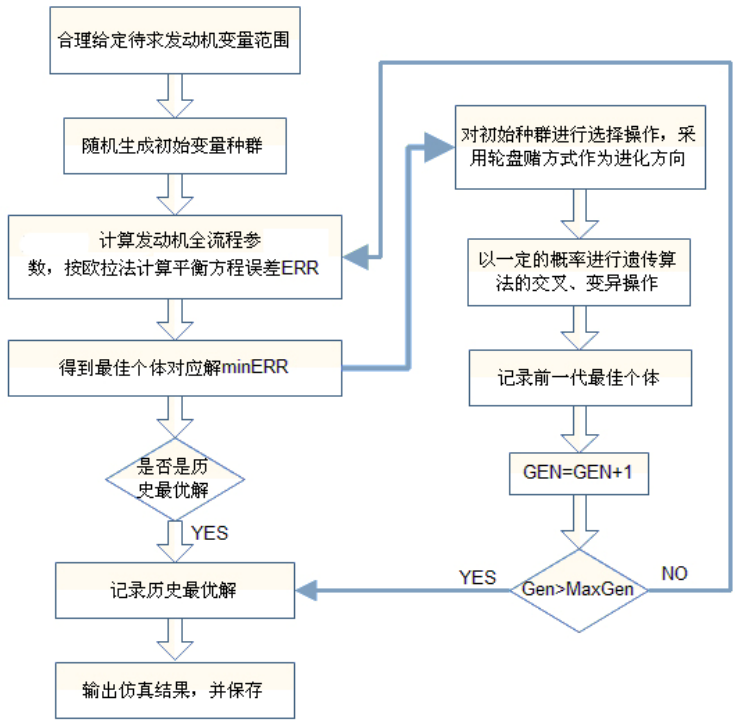


图 4.4 遗传算法解非线性方程组的流程图

(5) 对上述程序进行运行求解；由于遗传算法中种群迭代是随机赋予初值，然后在全局进行交叉变异寻优，每次迭代都有获得全局最优解的可能，为了避免陷入局部最优和单次全局最优范围小的可能，我们采用运行多次求解，根据发动机工作原理，选取较为接近的一组数据也就是对多组结果进行人工选择干预。本题多次经过 200 代的遗传变异，结果收敛，最后四组数据人工干预选取误差最小的一组，进而得到飞行高度 $H = 11km$ ，飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点，调节规律为 $A_g = 9.5544e+003$ ， $n_L = 0.85$ 时，遗传算法的自适应度变化趋势如下图 4.5 所示。

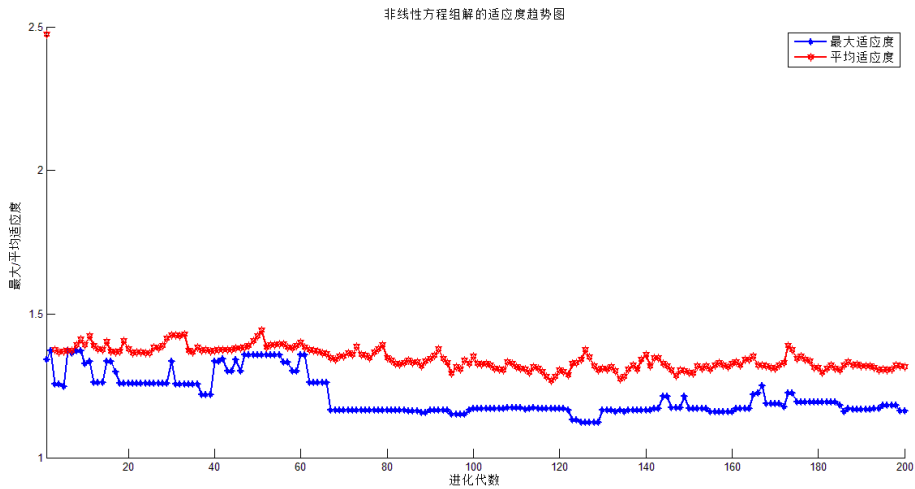


图 4.5 非线性方程组的自适应度变化趋势
求得各个变量的值如下表 4-4 所示。

表 4-4 非线性方程的遗传算法求解结果

变量名称	n_H	z_{CL}	z_{CDFS}	z_{CH}	T_4	z_{TH}	z_{TL}
求解结果	0.87542	0.246162	0.048769	0.417432	1243.687	0.429414	0.594714

根据对发动机工作原理的理解，上面的数值在飞行高度 $H = 11\text{km}$ ，飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点，调节规律为 $A_8 = 9.5544\text{e}+003$ ， $n_L = 0.85$ 时是合理的。

注：遗传算法中种群迭代是随机赋予初值，每次运行解得的数值不尽相同，但是基本数据趋势相同的。

4.4 问题二总结

本问题涉及到了发动机各部件的建模以及整机的建模求解，首先基于航空发动机气动热力学原理对发动机双涵模式下的各个部件进行了建模。之后，在各部件模型的基础上，建立了发动机非线性方程组。

由于发动机非线性方程组的隐性并联机理，并且多个对变量的初猜值并不明确，而遗传算法就是对初始值不太敏感，能够对全局进行仿生变异求解，所以选择了遗传算法对发动机非线性方程组进行求解。在求解过程中发现遗传算法对此问题求解很容易用 MATLAB 程序实现，由于遗传算法中种群迭代是随机赋予初值，然后在全局进行交叉变异寻优，每次迭代都有获得全局最优解的可能，为了避免陷入局部最优和单次全局最优范围小的可能，本文采用运行多次求解，根据发动机工作原理及误差分析，选取较为接近的一组数据也就是对多组结果进行人工选择干预。

在遗传算法求解过程中，但是有时会出现效率比较低的情况。由于时间问题，本文只是对发动机方程进行了编程的简化来提高求解效率，今后有机会应该从遗传算法与发动机非线性方程组融合上下手，优化模型和算法。

5. 问题三：单涵模式下发动机的性能最优模型与求解

5.1 问题分析

由于此问题中发动机飞行高度均为 $H = 11\text{km}$ ，飞行马赫数均为 $Ma > 1$ 的超音速工作状态，即变循环发动机此时是采用的单涵道模式。本问题下两个小问题均是对发动机性能的优化问题，对于发动机性能优化一般都是针对发动机的耗油率、单位推力以及发动机设计质量的综合优化。对于本文的问题，结合和实际情况进行分析可知，当变循环发动机采用单涵模式时一般是需要获得较大的机动性能，此时需要优先考虑发动机的单位推力，耗油率在此只作为一个权重较小的性能指标。比如战斗机进行起飞或战斗时的情况，一定是优先获得较大的单位推力也就是机动性，才能短距起飞或战斗时操作灵活。

针对问题 1 中发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$ ，飞行马赫数 $Ma = 1.5$ 的超音速巡航点，发动机采用单涵道模式，选择活门面积、风扇导叶角度、高压压气机导叶角度、高压涡轮导叶角度均为 0° ，后混合器面积 $2.8518\text{e}+004$ 等变量均为已知，可以认为发动机性能最优时，求解几何部件调节方式。本问题模型可参考问题二中的各部件模型，对其中涵道以后的模型进行修改即可，最后基于遗传算法对发动机性能优化求解。

对于问题 2 中发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$ ，飞行马赫数从 $Ma = 1.1$ 变化到 $Ma = 1.6$ ，发动机采用单涵道模式，选择活门面积、风扇导叶角度、高压压气机

导叶角度、高压涡轮导叶角度均为 0° ，后混合器出口总面积设置为 $2.8518\text{e}+004$ ，后混合器内、外涵道面积可调的情况时求解。本问题是发动机过渡态建模与优化的问题，本问题可以基于问题1的模型，使马赫数设置为变量变化范围为 $Ma=1.1\sim 1.6$ ，在发动机性能最优时，CDFS导叶角度、低压涡轮导叶角度、尾喷管喉道面积随飞行马赫数的变化规律。

5.2 问题 1 模型建立与求解

由于发动机在飞行高度 $H=11\text{km}$ ，飞行马赫数 $Ma=1.5$ 的超音速巡航点，发动机采用单涵道模式，由于双涵模式变为单涵模式，是选择活门关闭，后混合器关小到一定位置，就是涵道和混合器的变化，由于 3.3、3.4、4.2 节已经对双涵道模式下的各部件进行了建模，现在只须对以上模型中的涵道、混合器模型加以修改形成单涵模式下的整机方程；最后设置目标函数和评价函数，用遗传算法对其进行求解。

对前面已经确定的模型在此不再重述，下面建立单涵模式下改变的涵道模型与混合器模型。

5.2.1 问题 1 各部件模型

5.2.1.1 涵道模型

单涵模式下发动机的工作结构如下图 5.1 所示：

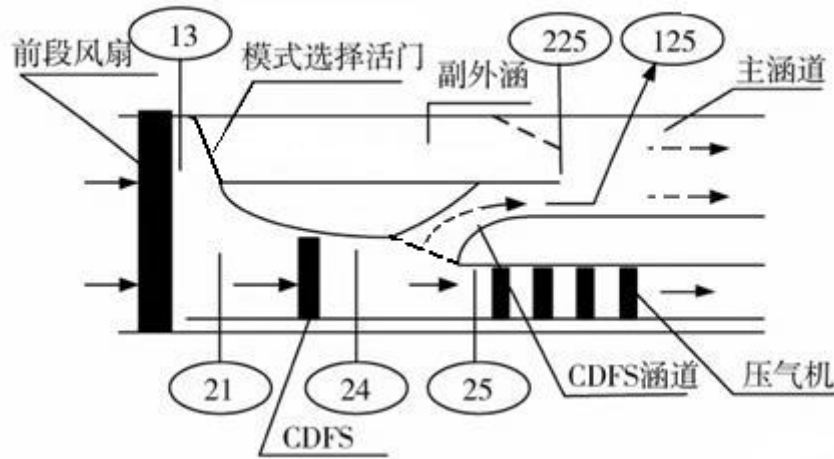


图 5.1 单涵模式下发动机工作结构示意图

由图中可知当发动机为单涵工作模式时，模式选择活门是关闭状态，后混合器关闭到较小位置，此时副外涵没有气流通过，CDFS涵道仅有少量气流通过，气流方向如图 5.1 所示，可以忽略不计。则在单涵工作模式下的涵道模型只有主涵道模型如下：

已知主涵道进口总温 $T_{225,in}^*$ 、总压 $p_{225,in}^*$ 、流量 $W_{a225,in}$ 、总压恢复系数 σ_{duct} 。

$$\begin{cases} T_{225,out}^* = T_{225,in}^* \\ p_{225,out}^* = p_{225,in}^* \sigma_{duct} \\ W_{a225,out} = W_{a225,in} \end{cases} \quad (5-1)$$

其中总压恢复系数 $\sigma_{duct} = 0.98$ 。

5.2.1.2 混合器模型

已知混合器两股掺混气流掺混前的总压、总温、流量、面积的条件下。计算

过程如下：

- (1) 内涵气流根据流量公式 $W_{g61} = k_m \frac{p_{61}^*}{\sqrt{T_{61}^*}} A_{61} q(\lambda_{61})$ 求出 $q(\lambda_{61})$ 和 λ_{61} ，其中内涵出口面积 $A_{61} = 5.3061 \times 10^3$ ， p_{61}^* 为内涵出口总压， T_{61}^* 为内涵出口总温；
- (2) 计算内涵静压 $p_{61} = p_{61}^* \cdot \pi(\lambda_{61})$ ；
- (3) 由下列公式 (5-2) 求出混合器出口总温 T_6^* 、总压 p_6^* 、流量 W_{g6} 。 T_6^* 是由 (5-2) 的第二个公式求出的。

$$\begin{cases} W_{g61} = W_{g6} \\ W_{g61} h_{61} = W_{g6} h_6 \\ p_{61}^* f(\lambda_{61}) A_{61} = p_6^* f(\lambda_6) \cdot A_6 \\ W_{g6} = k_m \frac{p_6^*}{\sqrt{T_6^*}} A_6 q(\lambda_6) \end{cases} \quad (5-2)$$

其中： $A_6 = A_{61}$ ， h_6 为后混合器出口焓， h_{61} 为后混合器内涵出口焓， h_{62} 为后混合器外涵出口焓， W_{g61} 为后混合器内涵出口流量， W_{g62} 为后混合器外涵出口流量，气动函数 $q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ ， $f(\lambda) = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} q(\lambda) z(\lambda)$ 。

5.2.2 单涵模式下整机性能最优模型建立与求解

5.2.2.1 整机性能最优模型建立

此模型是基于之前的部件模型的融合，可以参考4.3节双涵模式下的整机模型，并且去掉其中的CDFS涵道和副外涵道，最后融入一个发动机性能模型，即可得到单涵模式下整机性能最优模型。此处只对发动机性能模型进行详细阐述。

- (1) 计算单涵模式下发动机推力：

$$F = W_g c_9 - W_a V + (p_9 - p_0) A_9 \quad (5-3)$$

其中 W_g 是发动机总燃气流量，包括进口空气流量和燃油流量之和， W_a 为总的空气流量， V 是飞行速度，可以根据 $V = Ma \sqrt{rRT}$ 求得，其中 T 是大气静温， p_9 是尾喷管出口静压， p_0 是大气环境静压， A_9 是尾喷管出口面积， r 为气体绝热指数， R 为气体常数。

- (2) 发动机单位推力：

这是衡量发动机机动性的重要指标，公式如下：

$$Fs = F / W_a \quad (5-4)$$

- (3) 发动机耗油率：

$$sfc = \frac{3600 W_f}{F} \quad (5-5)$$

其中 W_f 是主燃烧室的燃油流量， F 是推力。

5.2.2.2 整机最优性能模型求解

本题同样是多变量非线性方程组求解的问题，采用遗传算法对整机最优模型求解，求解方法如下：

- (1) 明确目标函数，确定评价函数；由于此题同样涉及到发动机非线性方

程组，可以把共同工作方程变换形式（式 4-28~34）定为其中一种约束条件，又由发动机处于单涵模式工作状态，一般情况下处于状态下的发动机优先考虑高机动性，所以另外一种约束条件是单位推力和耗油率所形成的，综上所述确定寻求最优解的评价函数如下：

①共同工作方程约束条件生成的约束条件参照式 4-35；

②对于单位推力和耗油率所形成的约束，由于是单涵模式追求高机动性，优先考虑单位推力，本文为简化计算只对单位推力形成评价函数：

$$f = \max(F_s) \quad (5-6)$$

（2）确定变量边界，定出编码位数；本题所取的变量取值范围、编码长度以及分辨率如下表 5-1 所示。

表 5-1 变量的取值范围、编码长度以及分辨率

变量名称	取值范围	编码长度	分辨率
n_H	[0.8, 1]	13	0.00002
z_{CL}	[0, 1]	15	0.00006
z_{CDFS}	[0, 1]	15	0.00006
z_{CH}	[0, 1]	15	0.00006
T_4	[100, 1850]	12	0.2695312
z_{TH}	[0, 1]	18	0.000006
z_{TL}	[0, 1]	15	0.00006
α_C	[-5, 35]	15	0.00002
α_{TL}	[-5, 15]	13	0.00002
α_{NL}	[0.5, 1]	12	0.00002

（3）提出自适应度函数，制定进化策略；由误差约束条件，可以提出自适应度函数为：

$$P(X) = ERR_{\max} - ERRX + k(ERR_{\max} - ERR_{\min}) \quad (5-7)$$

其中 $k = \frac{1}{N-1}$ 。

本题属于多维长解码问题，对于此题来说，遗传算法在计算时采用轮盘选择、简单交叉、均匀变异、进化方向算子进化策略，并且相应的进化参数的取值情况为：

$$P_c = 0.88, P_m = 0.01, P_d = 0.4 \quad (5-8)$$

（4）接下来就是用 MATLAB2010b 来实现编程，程序的具体实现流程如图 5.2 所示。

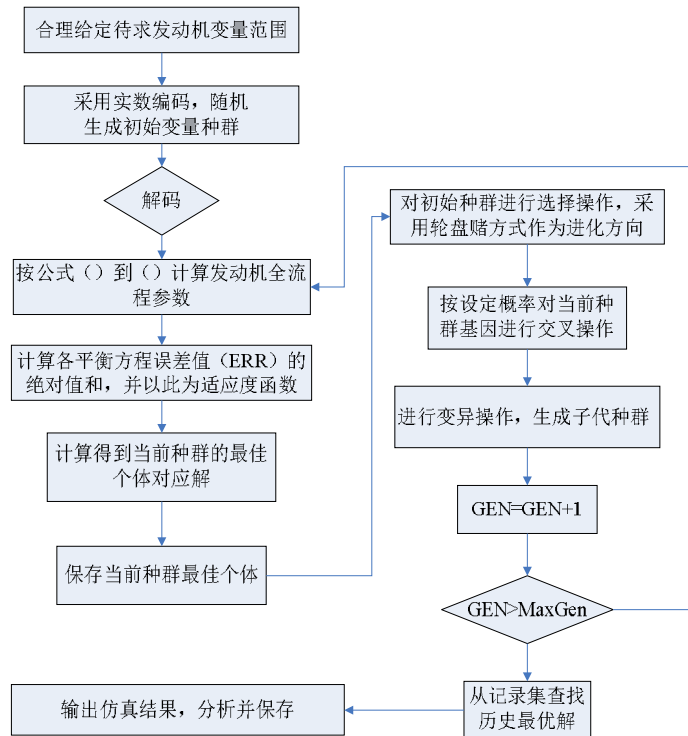


图 5.2 遗传算法寻求最优解的程序流程图

(5) 对上述程序进行运行求解；由于遗传算法中种群迭代是随机赋予初值，然后在全局进行交叉变异寻优，每次迭代都有获得全局最优解的可能，为了避免陷入局部最优和单次全局最优范围小的可能，我们采用运行多次求解，根据发动机工作原理，选取较为接近的一组数据也就是对多组结果进行人工选择干预。本题多次经过 200 代的遗传变异，结果收敛，最后四组数据人工干预选取误差最小的一组，进而得到飞行高度 $H=11\text{km}$ ，飞行马赫数 $Ma=1.1$ 的亚音速巡航点，遗传算法的求解此模型的自适应度函数如下图 5.3 所示。

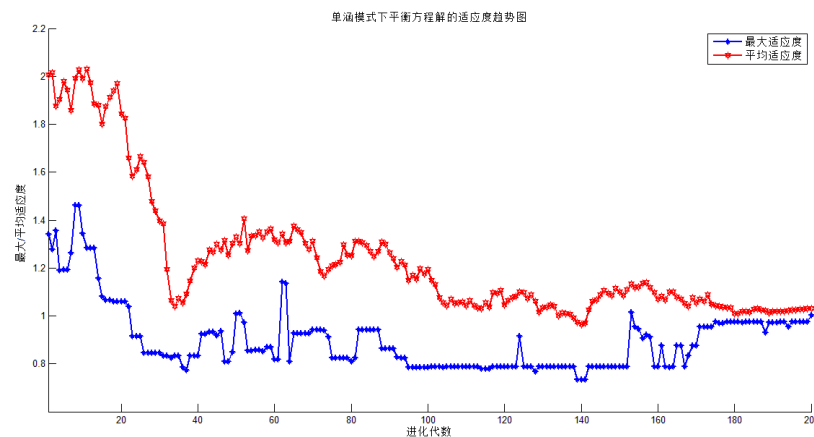


图 5.3 单涵模式下平衡方程的自适应度函数
各个变量的值如下表 5-2 所示。

表 5-2 发动机性能最优的遗传算法求解结果

变量名称	n_H	z_{CL}	z_{CDFS}	z_{CH}	F_s	z_{TH}	z_{TL}	α_C	α_{TL}	α_{NL}
求解结果	0.997	0.958	0.045	0.032	901.3	0.025	0.020	8.431	3.296	0.888

根据对发动机工作原理的理解，上面的数值在飞行高度 $H=11\text{km}$ ，飞行马

赫数 $Ma = 1.1$ 的亚音速巡航点是合理的。

注：遗传算法中种群迭代是随机赋予初值，每次运行解得的数值不尽相同，但是误差均保持在 10% 以内。

5.3 对问题 2 的建模与求解

5.3.1 问题 2 各部件模型及整机模型

本题是单涵道发动机在马赫数从 $Ma = 1.1$ 变化到 $Ma = 1.6$ ，发动机特性最优时的 CDFS 导叶角度、低压涡轮导叶角度，尾喷管喉道面积随飞行马赫数的变化规律。与问题 1 很类似，并且问题 1 已经对 $Ma = 1.1$ 进行了求解，说明马赫数为定值时模型的可用性。对于单涵道下的各个模型此处不再赘述。本文认为此模型只是对问题 1 模型的 $Ma = 1.1$ 到 $Ma = 1.6$ 的定步长循环调用。

5.3.2 问题 2 整机模型求解

本问题模型是问题 1 模型的 $Ma = 1.1$ 到 $Ma = 1.6$ 的模型集合，在解决时考虑对问题 1 中的模型定步长循环调用求解，由于问题 1 模型计算用时较长，考虑到比赛时间问题，我们采取定步长为 0.1 从 $Ma = 1.1$ 到 $Ma = 1.6$ 循环调用求解。由于能力有限，没能达到较好的收敛效果，变量较多导致结果跳变较大，最后决定每次合理的确定三个所求量中的两个来对另外一个进行求值，以获得不同马赫数下的变量，进而得出变化规律。对于第三大问中的问题（2）由于能力有限，没能达到较好的收敛效果，变量较多导致结果跳变较大，最后决定每次合理的确定三个所求量中的两个来对第三个进行求值，以获得不同马赫数下的变量，进而得出变化规律，最后效果仍不太好。如下图 5.4 所示：

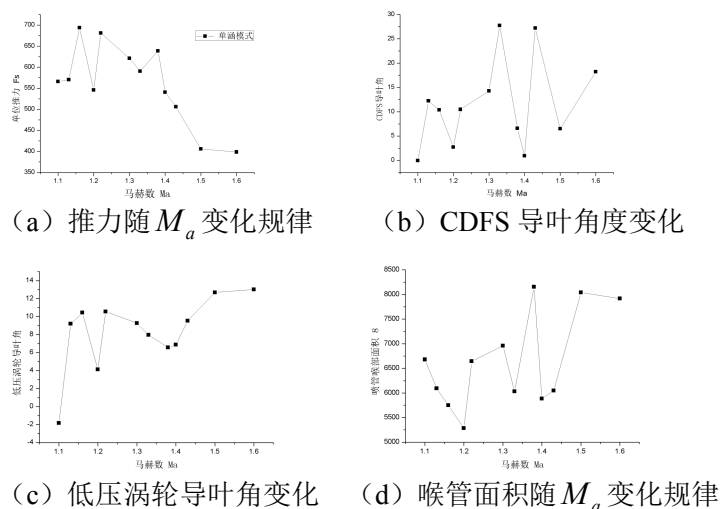


图 5.4 单涵模式发动机性能最优几何变量随马赫数的变化规律

5.4 问题三总结

本章节是对变循环发动机单涵模式下问题的研究，在性能最优的条件下，从发动机设计全局出发，建立单涵模式下发动机性能最优模型并用遗传算法进行求解。通过对实际情况的考虑，当变循环发动机设置为单涵模式时，追求的是发动机的高机动性。因此，我们把发动机的性能指标单位推力最大作为计算结果的评价标准，把模型转换为数学方程描述，而后结合遗传算法求解。由于遗传算法为仿生算法，每次运行程序的结果可能不尽相同，但是每次运算的误差是保证在 10% 以内的，这保证了模型及结果的有效性。但是由于变量过多，作者水平有限，没有实现对模型的进一步优化。

6. 模型总结与展望

6.1 总结

本文研究了 A 题的全部问题，分别建立了双涵模式和单涵模式下的部件模型和整机模型，利用遗传算法求解复杂非线性方程、多变量的优点，采用遗传算法对不同模式下的模型进行求解，均获得了合理结果。

针对问题一：

首先，用 MATLAB2010b 编程对风扇特性数据进行提取，对增压比的数据进行增压比函数值的 zz_f 的求解，作出风扇的特性曲线图；对图进行分析可知：对于某一特定换算转速下，当压比函数值不断减小时，流量逐渐趋近平稳；当压比函数值一定时，换算转速越大流量就越大；这些特征均符合发动机的气动工作原理，可知附件 4 中的数据是有效的。

其次，分别对进气道、风扇和 CDFS 进行建模，由于风扇和 CDFS 的物理转速均为 0.95，则对应的换算转速均为 1.0316，风扇和 CDFS 的压比函数值均为 0.5；根据所给数据进行二次差值获得对应的流量和效率。此过程中用熵和焓反解出口温度时编写了牛顿迭代程序对其进行求解（问题一程序见附件 firstquestion 文件夹），具体结果如下 6-1 表所示：

表 6-1 问题一的数值结果

参数名称 部件名称	出口总温	出口总压	出口流量	功	功率
风扇	379.2843	1.3057	19.0477	1.3539	2.5789
CDFS	420.3160	1.7973	17.1330	41573.3	712275.6

针对问题二：

首先，根据题给条件可知此问题是变比发动机处于双涵工作状态，也就是涡扇模式；此问题是对发动机整体气动热力学过程的建模求解过程，本文对发动机各个部件进行了建模，之后根据发动机工作气动热力学过程对各部件进行整合建成整机模型，确定非线性方程组。

其次，根据发动机的平衡方程确立非线性方程组的求解约束条件：

$$ERR1 = |(N_{CL} - N_{TL} * \eta_{mL}) / N_{TL} * \eta_{mL}| \quad (6-1)$$

$$ERR2 = |(N_{CH} + N_{CDFS} - N_{TH} * \eta_{mH}) / N_{TH} * \eta_{mH}| \quad (6-2)$$

$$ERR3 = |(W_{g41} - W_{g41}') / W_{g41}'| \quad (6-3)$$

$$ERR4 = |(W_{g45} - W_{g45}') / W_{g45}'| \quad (6-4)$$

$$ERR5 = |(p_{61} - p_{62}) / p_{62}| \quad (6-5)$$

$$ERR6 = |(A_8 - A_8') / A_8'| \quad (6-6)$$

$$ERR7 = |(W_{a2} - W_{a21} - W_{a13}) / (W_{a21} + W_{a13})| \quad (6-7)$$

采用遗传算法解非线性方程，用 MATLAB2010b 编程（程序见附件 secondquestion 文件夹）求解结果如下表 6-2 所示：

表 6-2 非线性方程组的遗传算法求解结果

变量名称	n_H	z_{CL}	z_{CDFS}	z_{CH}	T_4	z_{TH}	z_{TL}
求解结果	0.87542	0.246162	0.048769	0.417432	1243.687	0.429414	0.594714

针对问题三：

此问题中两个问题中发动机均处于单涵模式工作状态，在性能最优的条件下，从发动机设计全局出发，建立单涵模式下发动机性能最优模型并用遗传算法进行求解。通过对实际情况的考虑，当变循环发动机设置为单涵模式时，追求的是发动机的高机动性。因此，我们把发动机的性能指标单位推力最大作为计算结果的评价标准，把模型转换为数学方程描述，而后结合遗传算法求解。由于遗传算法为仿生算法，每次运行程序的结果可能不尽相同，但是每次运算的误差是保证在 10% 以内的，这保证了模型及结果的有效性。

针对问题（1）的求解结果如下表 6-3 所示：

表 6-3 变量的遗传算法求解结果

变量名称	n_H	z_{CL}	z_{CDFS}	z_{CH}	F_s	z_{TH}	z_{TL}	α_C	α_{TL}	α_{NL}
求解结果	0.997	0.958	0.045	0.032	901.3	0.025	0.020	8.431	3.296	0.888

针对问题（2），我们认为是对问题 1 的迭代运算，采取步长为 0.1 对问题 1 中的模型进行循环运算运行结果见图 5.4，可能有约束条件太少，跳变很严重。

6.2 改进与展望

本文分别对双涵模式和单涵模式下的变循环比发动机进行了建模求解，取得了有效解，并且也领略了变循环发动机的独特优点，一旦技术走向成熟其将会成为战斗机转型的有力支撑。在建模过程中，我们的模型得到了验证，但也不能忽视所存在需要改进的问题，先分析如下：

（1）遗传算法求解时，特别是在解决复杂多维方程时存在很多优势，我们没有充分发掘出来，比如在求解问题二中的非线性方程组时，效率还不太高，我们只是从模型程序优化上提高了计算效率，在求解航空发动机非线性方程组上，应从遗传算法的改进方面提高效率。

（2）在问题三中第一问单涵模式下发动机优化问题的过程中，获得的全局优化调节参数的误差还比较高，应该而且有机会更严格的控制误差，在航空发动机性能优化问题中必须严格控制误差，提高发动机性能为飞机提供更强更稳定动力。

（3）对于问题三中第二问，由于遗传算法是对初值赋予随机值，本文对遗传求解过程中没有较好的实现约束条件和评价函数的确定，导致较多变量每次运行时都会出现值的跳变，还需要在发动机调节规律下，增多约束条件，限制跳变概率。

今后努力的方向：

（1）发动机各部件属于精密工件，很可能一个小的变化就会导致整机的缺陷，在发动机非线性方程组问题的解算中，我们需要尝试更多的算法，与航空发动机相融合，使非线性方程解精度提高一个量级。

（2）建立各种类型的航空发动机部件模型库，把程序模型与 3D 软件中的模型实现有效对接，既可以通过 3D 构件设计也可以计算调用 3D 仿真，不断丰富模型库，不断提高模型库精度使得数值与真实值逼近，当加入不同工况的影响函数后，就可以虚拟进行发动机测试和设计工作，能减少很大的经济消耗。

参考文献

- [1] 刘增文,王占学,黄红超,蔡元虎.变循环发动机数值模拟.航空动力学报,第 25 卷第 6 期:1310-1315,2010 年 6 月.
- [2] 刘红霞. GE 公司变循环发动机的发展[A].中国科学技术协会、贵州省人民政府.第十五届中国科协年会第 13 分会场:航空发动机设计、制造与应用技术研讨会论文集[C].中国科学技术协会、贵州省人民政府. 2013.11.
- [3] 苟学中.变循环发动机建模及控制规律研究[D].南京航空航天大学,2012.
- [4] 苏三买.遗传算法及其在航空发动机非线性数学模型中的应用研究[D].西北工业大学,2002.
- [5] Belegundu,A.D.,Murthy, P.L.N.A new genetic algorithm for multiobjective optimization.AIAA,NASA and ISSMO, Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, 6th, Pt. 2, A96-38879, 1996.
- [6] Homaifar,A.Lai, H., Y. and McCormick, V., E. System Optimization of Turbofan Engines Using Genetic Algorithms. Appl. Math. Modelling ,1994.