

赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

|       |          |     |
|-------|----------|-----|
| 学 校   | 东南大学     |     |
| <hr/> |          |     |
|       | 10286035 |     |
| 参赛队号  | <hr/>    |     |
| 队员姓名  | 1.       | 黄洲荣 |
|       | 2.       | 黄飞燕 |
|       | 3.       | 陈洪骏 |
| <hr/> |          |     |



## 第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

### 题 目 《变循环发动机部件法建模及优化》

#### 摘 要：

本文研究的是变循环发动机部件法建模及优化问题。

对于第一问，首先要求分析风扇特性，通过部件法建模，风扇属于压气机模型，根据压气机压比函数的定义，利用 matlab 线性插值将附录 4 中增压比转换成压比值，作出在不同转换速度下的流量随压比函数值的曲线图，如图 2 所示。为计算风扇和 CDFS 出口的总温、总压和流量，根据附录 1 的计算公式，构建进气道模型和风扇、CDFS 的压气机模型。根据已知数据，在亚音速状态下代入构建的进气道、风扇和 CDFS 计算模型即可得到所求变量值：风扇出口总压为 1.2883、总温为 378.3326、流量分别为 19.0477；CDFS 的出口总温为 419.3767，总压为 1.7745，出口流量为 16.9401。其余中间变量见表 1 至表 3 所示。

第二问，要求解 7 个平衡方程组成的非线性方程。首先，分析发动机的整机模型，根据部件法构建发动机的各部分计算模型。在发动机各部件匹配工作时，受 7 个平衡方程制约。根据已知的参数和发动机模型，设定七个适当的未知数，分别为：高压转速  $n_H$ 、风扇、CDFS、高压涡轮、低压涡轮的压比函数值：

$Z_{CL}$ 、 $Z_{CDFS}$ 、 $Z_{CH}$ 、 $Z_{TH}$ 、 $Z_{TL}$  以及主燃烧室的出口温度  $T_4^*$ 。由构建的发动机模型与其工作时各部件匹配的 7 个平衡方程可得到一组非线性方程组。为求解此方程组，采用粒子群算法。将非线性方程组的潜在解视为粒子，设定的未知量可看作粒子的位置，粒子群中的粒子个体根据适应性函数引导进行迭代，向非线性方程组的最优解不断逼近，通过迭代法，更新粒子的位置，以搜索到全局极值，即获取非线性方程组的最优解。经过多次试验，粒子群算法均能搜寻到能得到比较准确的非线性方程的解。在给定不同的群体数和初值时，可得到以下比较理想的解：

|     |            |           |           |            |
|-----|------------|-----------|-----------|------------|
| 变量  | $n_H$      | $T_4^*$   | $Z_{CL}$  | $Z_{CDFS}$ |
| 含义  | 高压转速       | 主燃烧室出口温度  | 风扇压比函数值   | CDFS压比函数值  |
| 最优解 | 0.78       | 1369.9999 | 0.3394    | 1          |
| 变量  | $Z_{CH}$   | $Z_{TH}$  | $Z_{TL}$  |            |
| 含义  | 高压压气机压比函数值 | 高压涡轮压比函数值 | 低压涡轮压比函数值 |            |
| 最优解 | 0.2899     | 0.246     | 0.9112    |            |

对于第三问，求解发动机性能最优时，发动机CDFS导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积3个量的取值。本题的求解为单涵道模式下最优解的查找问题，可按照与问题二类似的步骤，首先根据发动机的整体模型和部件法构建发动机的各个部分计算模型；在单涵道工作模式下，在发动机各部件匹配工作时，受8个平衡方程制约。设定相应的未知量，建立关于发动机CDFS导叶角度 $\alpha_{CD}$ 、低压涡轮导叶角度 $\alpha_l$ 以及喷管喉道面积 $A$ 这三个位置参量的非线性方程组，求出其他未知量与 $\alpha_{CD}$ 、 $\alpha_l$ 、 $A$ 的关系。进而表示出发动机性能参数推力 $F$ ，耗油率 $sfc$ ，单位推力 $F_s$ 的函数关系，另外根据性能最优要求，建立性能评价函数，得到关于 $\alpha_{CD}$ 、 $\alpha_l$ 、 $A$ 的三元函数，通过粒子群算法，求解函数的极值，便是性能最优时的参数设定。但鉴于时间有限，本文中只建立模型，分析了求解算法，后续的求解过程和结果仍在研究过程中。

## 一、问题重述

### 1.1 问题背景

由飞机/发动机设计原理可知，对于持续高马赫数飞行任务，需要高单位推力的涡喷循环，反之，如果任务强调低马赫数和长航程，就需要低耗油率的涡扇循环。双涵道变循环发动机可以同时具备高速时的大推力与低速时的低油耗。变循环发动机的内在性能优势，受到了各航空 s 强国的重视，是目前航空发动机的重要研究方向。

双涵道变循环发动机的基本构造如图 1 所示：

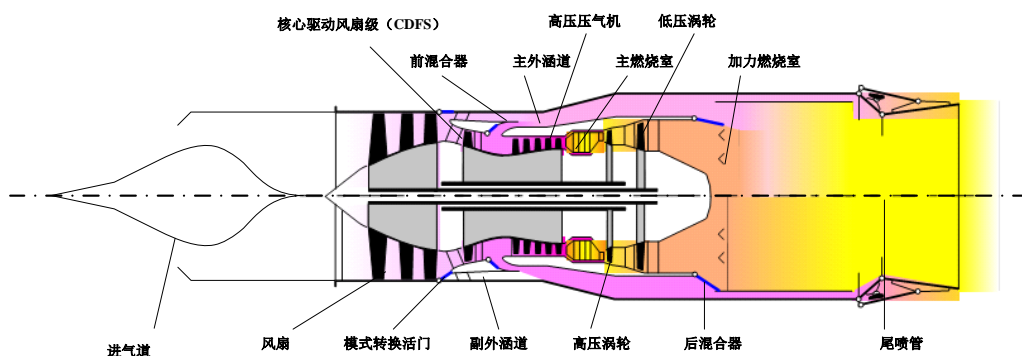


图 1 双涵道变循环发动机基本构造图

### 1.2 问题的提出

根据变循环发动机的构造及基本原理，建立数学模型完成以下任务：

- 1) 根据附录 4 中风扇特性数据表中流量随压比函数值变化的图形；  
2) 设在发动机飞行高度  $H=11\text{km}$ ，飞行马赫数  $Ma=0.8$  的亚音速巡航点，导叶角度均设置为  $0^\circ$ ，风扇和 CDFS 的物理转速都为 0.95，风扇和 CDFS 的压比函数值都为 0.5，求风扇和 CDFS 的出口总温、总压和流量。
2. 设在发动机飞行高度  $H=11\text{km}$ ，飞行马赫数  $Ma=0.8$  的亚音速巡航点，采用双涵道模式，导叶角度均设置为  $0^\circ$ ，选择活门完全打开，副外涵道面积设为  $1.8935\text{e}+003$ ，后混合器出口总面积设置为  $2.8518\text{e}+004$ ，尾喷管喉道面积  $A_g=9.5544\text{e}+003$ ， $n_L=0.85$ 。请运用或设计适当的算法求解

由发动机 7 个平衡方程组成的非线性方程组。要求陈述算法的关键步骤及其解释，尽可能讨论算法的有效性。

3. 1) 设在发动机飞行高度  $H=11\text{km}$ ，飞行马赫数  $Ma=1.5$  的超音速巡航点，发动机采用单涵道模式，将选择活门面积设置为 0，风扇导叶角度、高压压气机导叶角度、高压涡轮导叶角度均设置为  $0^\circ$ ，后混合器面积设置为  $2.8518\text{e}+004$ 。请问发动机 CDFS 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积 3 个量为多少时，发动机的性能最优？  
2) 试研究发动机飞行高度  $H=11\text{km}$ ，飞行马赫数从  $Ma=1.1$  变化到  $Ma=1.6$ ，发动机特性最优时，CDFS 导叶角度、低压涡轮导叶角度，尾喷管喉道面积随飞行马赫数的变化规律。此时发动机采用单涵道模式，将选择活门面积设置为 0，风扇导叶角度、高压压气机导叶角度、高压涡轮导叶角度均设置为  $0^\circ$ ，后混合器出口总面积设置为  $2.8518\text{e}+004$ ，后混合器内、外涵道面积可调。

## 二、模型的基本假设

- 2.1 系统处于稳定状态，不考虑单/双涵道模式转换时的动态过程；
- 2.2 变循环发动机是十分复杂的气动热力学系统，为简化模型，对部分部件进行适当的简化；
- 2.3 忽略燃油在燃烧室中燃烧延迟的影响；
- 2.4 气流在各部件的流动都按准一维流动处理，即各个截面气流参数作平均处理[1]；
- 2.5 外界环境气压为标准大气压；

## 三、符号说明

### 注释表

|              |         |            |       |
|--------------|---------|------------|-------|
| $zz$ :       | 压比      | $W$ :      | 换算流量  |
| $pr$ :       | 增压比     | $k$ :      | 修正系数  |
| $H$ :        | 发动机所在高度 | $R$ :      | 气体常数  |
| $p_0$ :      | 静压      | $\psi$ :   | 熵     |
| $T_0$ :      | 静温      | $h$ :      | 焓     |
| $M_a$ :      | 飞行马赫数   | $T$ :      | 总温    |
| $\gamma$ :   | 气体绝热指数  | $p$ :      | 总压    |
| $\sigma_i$ : | 总压恢复系数  | $f$ :      | 油气比   |
| $n_{cor}$ :  | 转换速度    | $\alpha$ : | 导叶角   |
| $n$ :        | 物理速度    | $N$ :      | 功     |
| $pr$ :       | 增压比     | $l$ :      | 功率    |
|              |         | $A$ :      | 面积    |
|              |         | $F(X_j)$ : | 适应度函数 |

### 下标

|         |        |         |    |
|---------|--------|---------|----|
| $map$ : | 插值     | $ei$ :  | 理想 |
| $in$ :  | 进口     | $max$ : | 最大 |
| $out$ : | 出口     | $min$ : | 最小 |
| $pr$ :  | 增压/落压比 | $air$ : | 空气 |
|         |        | $gas$ : | 燃气 |

## 四、问题分析

本文研究的是变循环发动机部件法的建模及优化问题，根据各部件的已知特性，模拟整个发动机的性能。

问题一，首先要求分析风扇特性。在变循环发动机的工作过程中，风扇相当于低压压气机。根据附录 3 中压气机压比函数的定义式，利用 matlab 对附录 4 中原有数据进行处理，将增压比转换成压比值，作出在不同转换速度下的流量随压比函数值的曲线图。为计算风扇和 CDFS 出口的总温、总压和流量，采用部件法，根据附录 1 中给出的发动机部件计算公式，构建进气道和压气机模型。由于风扇和 CDFS 均相当于压气机，在建模时可直接采用压气机模型。根据已知数据，在亚音速状态下代入构建的三个部件的计算模型即可得到所求变量值。

问题二要求解 7 个平衡方程组成的非线性方程。首先，分析发动机的整机模型，根据部件法构建发动机的各部分计算模型。在发动机各部件匹配工作时，受 7 个平衡方程制约。设定适当的未知参数，由构建的发动机模型可将平衡方程等价于关于未知参数的非线性方程组。为求解此方程组，采用粒子群算法，将非线性方程组的潜在解视为粒子，设定的未知量可看作粒子的位置，粒子群中的粒子个体根据适应性函数引导进行迭代，向非线性方程组的最优解不断逼近，通过迭代法，更新粒子的位置，以搜索到全局极值，即获取非线性方程组的最优解。

问题三要求解发动机性能最优时，发动机 CDFS 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积 3 个量的取值。这个问题涉及到最优解的问题，根据题目意思，可知，最优解时，发动机有较强的动力性和燃油经济性。并且，发动机的性能参数推力  $F$ ，耗油率  $sfc$ ，单位推力  $F_s$  可以用发动机 CDFS 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积这三个变量表示，问题转化成关于这三个变量的发动机性能参数的最优解问题。所以首先需要做的是将性能参数用这三个变量表示出，同问题二一样的做法，要根据发动机的整体模型和部件法构建发动机的各个部分计算模型，注意此时是超音速飞行，飞机需要有较强的动力，所以此时飞机发动机工作在单涵道模式，部件法建模计算时，同样受到平衡方程制约，在单涵道模式下，没有混合器流量制约，但是单涵道模式中，可以认为，所有气体流量全部走内涵道，那么有前后级部件流量是相等的。设定相应的未知量以及中间变量，构建未知参数的非线性方程组，最终可以消除所有中间变量，将发动机性能参数用题目中的三个变量表示，然后再求解函数的最优解。对于函数最优解问题，仍然可以用粒子群算法。

## 五、模型的建立与问题求解

### 5.1 问题 1 的求解

#### 5.1.1 风扇特性分析

在变循环发动机工作中，气体进入进气道后，经过风扇，气压升高。风扇的工作原理相当于低压压气机。根据附录 3 可知，压气机的压比的物理含义为：在某一换算转速下，压气机增压比的标准变化量。由此定义该换算转速下，风

扇的增压比与压比函数关系式：

$$zz = \frac{pr - pr_{\min}}{pr_{\max} - pr_{\min}} \quad (1)$$

根据式(1)，利用 excel 直接计算出附录 4 风扇特性数据表中各个换算转速下每个增压比对应的压比值。再将所得的压比值及对应的流量数据导入 matlab，拟合出不同换算转速下流量随压比函数值的曲线，如图 2 所示：

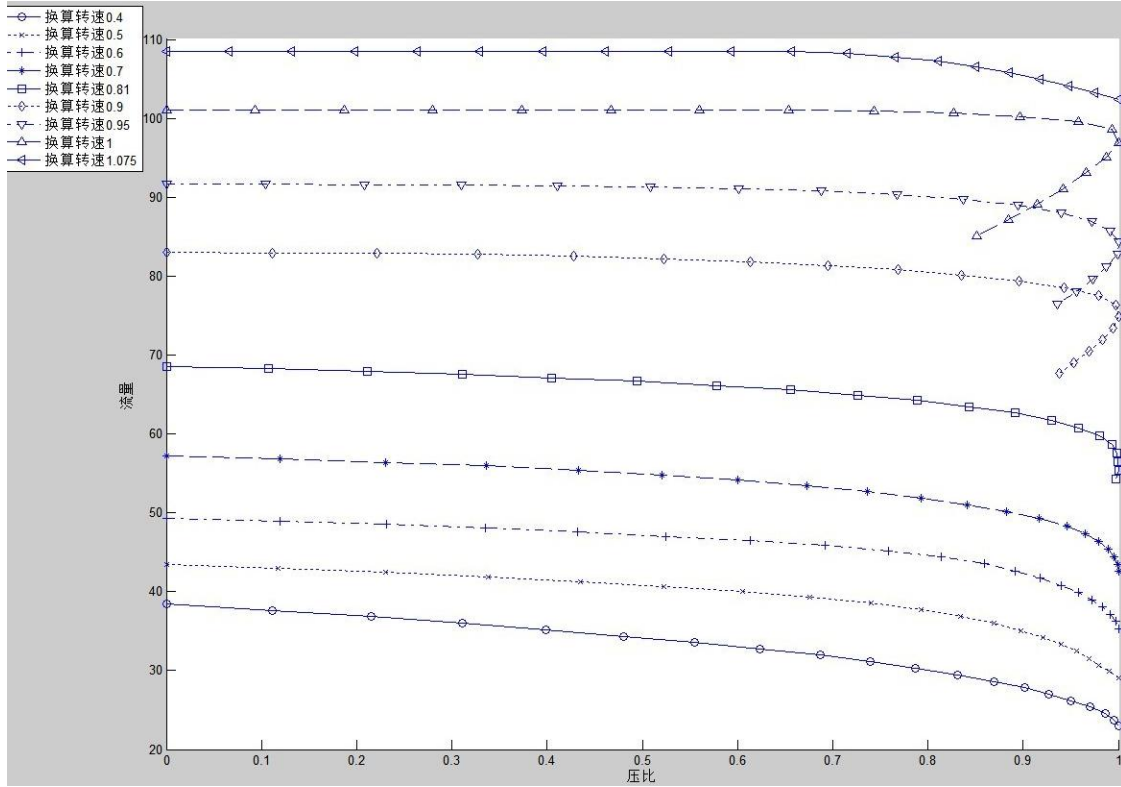


图 2 各换算转速下流量随压比函数值的曲线

### 5.1.2 风扇与 CDFS 的出口总温、总压及流量计算

气体进入进气道后，流经风扇，由风扇对气流进行初步增压；部分气流再经由 CDFS 对其进一步做功，使得气流的压力和温度进一步升高。

采用部件法，根据附录 1 中给出的发动机各部件计算公式，构建进气道及压气机模型，而风扇和 CDFS 均相当于压气机。根据飞行高度，飞行马赫数，导叶角和 CDFS 的物理转速，风扇和 CDFS 的压比函数值等已知数据，按照构建的模型分成进气道、风扇和 CDFS 三步进行计算，即可得到风扇和 CDFS 出口的总温、总压和流量。

#### 5.1.2.1 进气道模型

进气道的作用是提供与发动机相匹配的空气流量。根据附录 1 进气道的计算模型，在已知  $H = 11km$  时，可得到气道出口的总温、总压。

1) 根据已知的高度  $H$ ，可计算标准大气条件下环境压力  $p_0$ （静压），环境

温度  $T_0$  (静温):

$$\begin{cases} p_0 = 1.01325 \times \left(1 - \frac{H}{44.308}\right)^{5.2553} \\ T_0 = 288.15 - 6.5 \times H \end{cases} \quad (2)$$

2) 计算进气道的总温总压:

$$\begin{cases} T_0^* = T_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2\right) \\ p_0^* = p_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \end{cases} \quad (3)$$

3) 计算进气道总压恢复系数:

$$\begin{cases} M_H \leq 1: \sigma_i = 1.0 \\ M_H > 1: \sigma_i = 1.0 - 0.075(M_H - 1)^{1.35} \end{cases} \quad (4)$$

4) 计算进气道出口总温总压:

$$\begin{cases} T_1^* = T_0^* \\ p_1^* = p_0^* \cdot \sigma_i \end{cases} \quad (5)$$

### 5.1.2.2 压气机模型

气体进入进气道之后, 流经风扇, 风扇的作用是通过气流做功, 对气流进行初步增压。经过风扇加压的一部分气体进入核心驱动风扇级 (CDFS), CDFS 的作用是对进一步对气体做功, 使气体压力和温度进一步升高。

由此风扇、CDFS 以及高压压气机均相当于压气机, 采用以下相同的压气机计算模型。每部分压气机模型, 只需已知高度、飞行马赫数、导叶角、入口总温、总压、压比值、物理转速以及附录 4 中所给的特性数据, 即可根据以下构建的压气机计算模型得到对应的出口总温、总压、流量及效率等所求量。

1) 计算压气机换算转速:

$$n_{cor} = n \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}} \quad (6)$$

其中, 风扇:  $T_{in,d}^* = 288.15$ ; CDFS:  $T_{in,d}^* = 428.56862609$ ; 高压压气机:

$$T_{in,d}^* = 473.603961。$$

2) 线性插值法计算压气机增压比、效率和换算流量

根据 1) 中所得到的换算速度, 以及附录 4 给出的风扇特性和 CDFS 特性, 使用线性插值法, 利用 matlab 先根据换算速度, 对增压比、流量和效率进行线性插值; 再根据一次插值后所得的增压比计算各压比函数值; 最后根据给出的压比函数值, 对增压比、换算流量及效率进行第二次线性插值, 可得到对应的增压比  $pr_{c,map}$ 、效率  $\eta_{c,map}$  和换算流量  $W_{c,map}$ 。



### 3) 修正增压比、效率和换算流量

将 2) 中线性插值法得到的压气机的增压比、效率和换算流量进行如下修正:

$$\begin{cases} pr_c = C_{pr}(pr_{c,map} - 1)(1 + \frac{k_{pr}}{100}\alpha) + 1 \\ W_c = C_w W_{c,map}(1 + \frac{k_w}{100}\alpha) \\ \eta_c = C_\eta \eta_{c,map}(1 + \frac{k_\eta^2}{100}\alpha) \end{cases} \quad (7)$$

风扇、CDFS 的修正系数  $k_{pr}$ 、 $k_w$ 、 $k_\eta$  均分别取 1, 1, 0.01; 系数 C 的取值为:

$$\text{风扇: } \begin{cases} C_{pr} = 2.3894 \\ C_w = 0.4950 \\ C_\eta = 1.0684 \end{cases}, \text{ CDFS: } \begin{cases} C_{pr} = 0.3059 \\ C_w = 0.1500 \\ C_\eta = 1.0999 \end{cases}, \text{ 高压压气机: } \begin{cases} C_{pr} = 0.9119 \\ C_w = 0.38462 \\ C_\eta = 1.0719 \end{cases}.$$

### 4) 计算压气机出口总压

根据入口总压与增压比由式 (8) 可得压气机的出口总压:

$$p_{out}^* = p_{in}^* \cdot pr_c \quad (8)$$

### 5) 计算压气机出口总温

空气的熵函数  $\psi(T)$  与焓函数  $h(T)$  如下:

$$\begin{aligned} \psi(T) = & (0.10489652 \times 10^4) \times \ln(T \times 10^{-3}) + 0.80558643 \times 10^4 + \\ & (-465.6811 \times T + 0.6793 \times T^2 - 4.1745 \times 10^{-4} \times T^3 + 1.4177 \times 10^{-7} \times T^4 \\ & - 2.5558 \times 10^{-11} \times T^5 + 2.2909 \times 10^{-15} \times T^6) \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} h(T) = & -0.30183674 \times 10^6 + 0.10489652 \times 10^4 \times T - 0.23284057 \times T^2 + \\ & 0.45288431 \times 10^{-3} \times T^3 - 0.31308477 \times 10^{-6} \times T^4 + 0.11341362 \times 10^{-9} \times T^5 - \\ & 0.21298087 \times 10^{-13} \times T^6 + 0.16363600 \times 10^{-17} \times T^7 \end{aligned} \quad (10)$$

压气机出口理想熵计算式及效率与焓的关系式:

$$\begin{cases} \psi_{out,ei} = \psi_{in} + \frac{R}{M} \ln pr_c \\ \eta_c = \frac{h_{out,ei} - h_{in}}{h_{out} - h_{in}} \end{cases} \quad (M = 1) \quad (11)$$

出口总温的计算过程为: 首先根据进口总温计算进口熵, 再得出压气机的出口理想熵。将获取的出口理想熵回代入熵函数, 可计算得出出口理想总温。根据出口理想总温计算出后理想焓; 由 3) 中的效率可得到压气机出口焓; 最后, 将出口焓回代至焓函数, 即可得到压气机的出口总温。

### 6) 计算压气机流量

压气机出口流量可由式 (12) 计算所得:

$$W_a = W_c \cdot \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}} \cdot \frac{p_{in}}{p_{in,d}^*} \quad (12)$$

其中, 风扇:  $p_{in,d}^* = 1.01325$ , CDFS:  $p_{in,d}^* = 3.5464$ , 高压压气机:  $p_{in,d}^* = 4.8860$ 。

7) 压气机功和功率

$$\begin{cases} l_c = h_{out} - h_{in} \\ N_c = W_a \cdot l_c \end{cases} \quad (13)$$

### 5.1.2.3 计算结果

首先, 根据题中所给参数, 通过进气道模型可计算得进气道的出后总温总压。在假设理想的情况下, 进气道出口的总温即为风扇进口总温; 进气道出口总压即为风扇进口总压, 即满足:

$$\begin{cases} T_{in,1}^* = T_1^* \\ p_{in,1}^* = p_1^* \end{cases} \quad (14)$$

通过进气道模型计算得到的风扇入口总温总压以及题中所给的其他参数, 由构建的压气机计算模型可得到, 风扇的总温、总压、流量以计算过程中的各个中间变量的计算结果。

同样地, 在假设理想的情况下, 风扇出口的总温即为 CDFS 进口总温; 风扇出口总压即为 CDFS 进口总压, 即满足:

$$\begin{cases} T_{in,2}^* = T_{out,1}^* \\ p_{in,2}^* = p_{out,1}^* \end{cases} \quad (15)$$

类似, 根据部件法构建的压气机计算模型可得到, CDFS 的出口总温、总压、流量及计算过程中各中间变量的计算结果。

下表 1 至表 3 中列出了进气道模型及风扇和 CDFS 模型的中间变量计算值。表 4 中列出了风扇与 CDFS 的出口总温、总压以及流量的计算值。

表1 进气道中间变量计算结果

| 变量  | $p_0$   | $T_0$    | $T_0^*$  |
|-----|---------|----------|----------|
| 计算值 | 0.2262  | 216.6500 | 244.3812 |
| 变量  | $p_0^*$ | $T_1^*$  | $p_1^*$  |
| 计算值 | 0.3447  | 244.3812 | 0.3447   |

表 2 风扇的压气机计算模型中间变量

| 变量  | $n_{cor,1}$  | $pr_{c,map,1}$ | $\eta_{c,map,1}$ | $W_{c,map,1}$ | $pr_{c,1}$        |
|-----|--------------|----------------|------------------|---------------|-------------------|
| 计算值 | 1.0316       | 2.1455         | 0.7823           | 104.1571      | 3.7372            |
| 变量  | $\eta_{c,1}$ | $W_{c,1}$      | $T_{in,1}^*$     | $\psi_{in,1}$ | $\psi_{out,ei,1}$ |

|     |                |                      |                      |                       |                      |
|-----|----------------|----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| 计算值 | 0.8358         | 51.5578              | 244.3812             | $6.4990 \times 10^3$  | $6.8774 \times 10^3$ |
| 变量  | $T_{out,ei,1}$ | $h_{out,ei,1}$       | $h_{out,1}$          | $h_{in,1}$            | $N_{c,1}$            |
| 计算值 | 356.4537       | $5.8553 \times 10^4$ | $8.0622 \times 10^4$ | $-5.3808 \times 10^4$ | $2.5606 \times 10^6$ |

表 3 CDFS 的压气机计算模型中间变量

|     |                |                      |                      |                      |                      |
|-----|----------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 变量  | $n_{cor,2}$    | $pr_{c,map,2}$       | $\eta_{c,map,2}$     | $W_{c,map,2}$        | $pr_{c,2}$           |
| 计算值 | 1.0111         | 2.2335               | 0.7957               | 292.0838             | 1.3773               |
| 变量  | $\eta_{c,2}$   | $W_{c,2}$            | $T_{in,2}^*$         | $\psi_{in,2}$        | $\psi_{out,ei,2}$    |
| 计算值 | 0.8752         | 43.8126              | 378.3326             | $6.9374 \times 10^3$ | $7.0293 \times 10^3$ |
| 变量  | $T_{out,ei,2}$ | $h_{out,ei,2}$       | $h_{out,2}$          | $h_{in,2}$           | $N_{c,2}$            |
| 计算值 | 414.2669       | $1.1701 \times 10^5$ | $1.2220 \times 10^5$ | $8.0622 \times 10^4$ | $7.0437 \times 10^5$ |

最终风扇与 CDFS 总温、总压、流量的计算结果如表 4 所示：

表 4 最终计算结果

|          |                       |                     |                   |
|----------|-----------------------|---------------------|-------------------|
| 风扇结果变量   | 出口总压<br>$P_{out,1}^*$ | 出口总温<br>$T_{out,1}$ | 出口流量<br>$W_{a,1}$ |
| 计算值      | 1.2883                | 378.3326            | 19.0477           |
| CDFS结果变量 | 出口总压<br>$P_{out,2}^*$ | 出口总温<br>$T_{out,2}$ | 出口流量<br>$W_{a,2}$ |
| 计算值      | 1.7745                | 419.3767            | 16.9401           |

## 5.2 问题 2 的求解

分析发动机的整机模型，根据部件法构建发动机的各部分计算模型。在发动机各部件匹配工作时，受 7 个平衡方程制约。设定适当的未知参数，由构建的发动机模型可将平衡方程等价于关于未知参数的非线性方程组。本文采用粒子群算法求解非线性方程。

### 5.2.1 模型建立

#### 5.2.1.1 整机模型结构

根据以上部件法构建的双涵道变循环发动机的各个部件的模型，建立如图 3 所示的在发动机模型中的气流流动示意图。

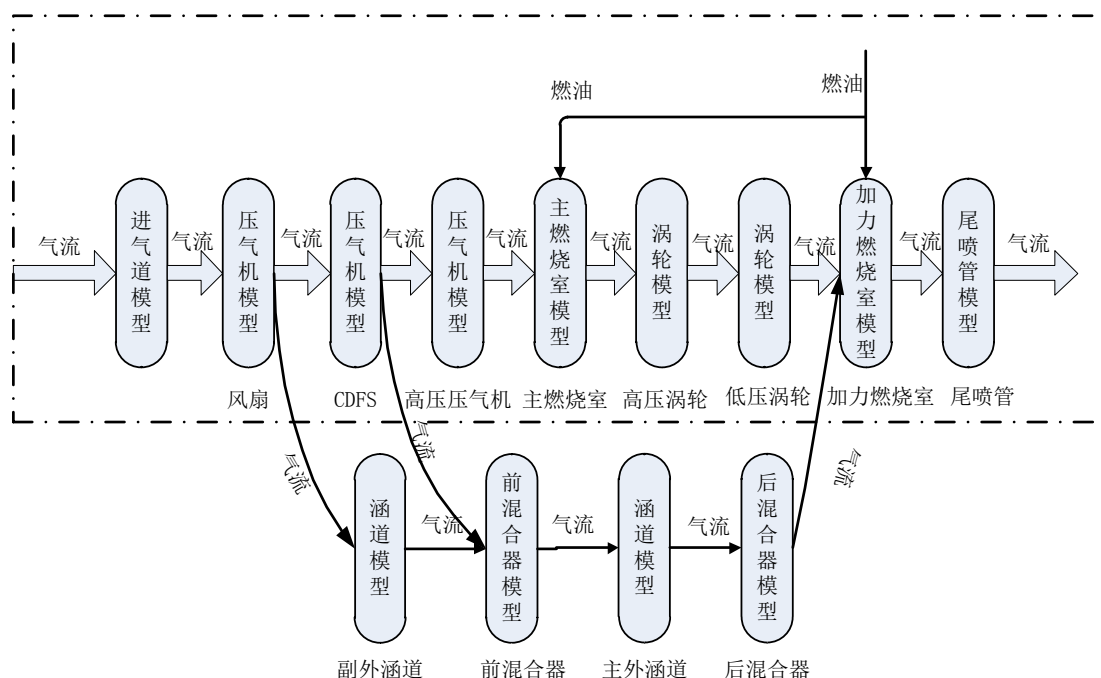


图 5 3 双涵道变循环发动机模型气流流动示意图

常规混排涡扇发动机不同的是，双涵道变循环发动机具有两种典型的工作模式：单涵模式和双涵模式。

#### ◆ 双涵道模式

当处于起飞或亚音速巡航时，发动机以此模式工作，气流流动过程为图 4，发动机在亚音速巡航的低功率工作状态，风扇后的模式转换活门因为副外涵与风扇后的压差打开，使更多空气进入副外涵，同时前混合器面积开大，打开后混合器，增大涵道比，降低油耗，此时为发动机的涡扇模式。

#### ◆ 单涵道模式

在飞机加速、爬升以及超音速飞行时，发动机将以此模式工作，气流流动过程为图 4 虚线框部分。关闭模式选择活门，关小前、后混合器出口面积，使前段风扇出口空气几乎全部通过核心驱动风扇级和高压压气机，仅少量空气经外涵道流出以冷却尾喷管，这时发动机以涡喷的工作方式工作，产生高单位推力，以满足上述状态对推力的需求。[1]

### 5.2.1.2 构建发动机其余各部件模型

根据图 5 中的整机模型，采用部件法对各个模块建立计算模型。其中进气道与压气机模型在 5.1 中已建立，这里不再赘述。

#### 5.2.1.2.1 主燃烧室

主燃烧室的作用是通过燃油的燃烧使气流的温度升高。在假设理想的情况下，主燃烧室的进口总温、总压、流量即为高压压气机的出口总温、总压以及流量值。在主燃烧室进口总温  $T_{in}^*$ 、进口总压  $p_{in}^*$ 、空气流量  $W_{ain}$  以及出口温度  $T_4^*$  已知的情况下，进行如下过程，可搭建主燃烧室的计算模型。

##### 1) 出口油气比

根据主燃烧室的出口温度  $T_4^*$  由焓函数：式(10)计算出口焓  $h_{out}$ ，而进口焓  $h_{in}$  已知；因此根据式(16)可得到主燃烧室的出口油气比。

$$f_b = \frac{h_{out} - h_{in}}{\xi_b H_u + h_{in}} \quad (16)$$

其中，燃烧效率  $\xi_b=0.99$ ，燃油热值  $H_u=42900000$ 。

## 2) 计算燃油流量

$$W_f = W_{ain} \cdot f_b \quad (17)$$

## 3) 出口总压

$$p_{out}^* = p_{in}^* \sigma_b \quad (18)$$

其中， $\sigma_b=0.98$  为主燃烧室总压恢复系数。

### 5.2.1.2.2 涡轮

变循环发动机中有高压与低压涡轮两部分涡轮结构，两者使用相同的涡轮模型。其中高压涡轮与高压压气机和 CDFS 同轴，其主要作用是使高温气流在其中膨胀做功，以带动 CDFS 和高压压气机；而低压压气机与风扇同轴，类似高压涡轮，在正常运转时使高温气流在其中膨胀，带动前段风扇。

在涡轮进口总温  $T_{in}^*$ ，总压  $p_{in}^*$ 、压比函数值  $zz$ 、物理转速  $n$ 、以及导叶角已知的情況下，进行如下计算，构建涡轮模型。

#### 1) 求涡轮换算转速

$$n_{cor} = n \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}} \quad (19)$$

其中，高压涡轮： $T_{in,d}^*=1850$ ，低压涡轮： $T_{in,d}^*=1.5405e+003$ 。

#### 2) 线性插值法计算涡轮落压比、效率和换算流量

根据 1) 中所得到的换算速度，以及附录 4 给出的涡轮特性，使用线性插值法，利用 matlab 先根据换算速度，对落压比、流量和效率进行线性插值；再根据一次插值后所得的增压比计算各压比函数值；最后根据给出的压比函数值，对落压比、换算流量及效率进行第二次线性插值，可得到对应的落压比  $pr_{c,map}$ 、

效率  $\eta_{c,map}$  和换算流量  $W_{c,map}$ 。

#### 3) 修正落压比、效率和换算流量

将 2) 中线性插值法得到涡轮的落压比、效率和换算流量进行如下修正：

$$\begin{cases} pr_c = C_{pr}(pr_{c,map} - 1)(1 + \frac{k_{pr}}{100}\alpha) + 1 \\ W_c = C_W W_{c,map}(1 + \frac{k_w}{100}\alpha) \\ \eta_c = C_\eta \eta_{c,map}(1 + \frac{k_\eta^2}{100}\alpha) \end{cases} \quad (20)$$

高压、低压涡轮的修正系数  $k_{pr}$ 、 $k_w$ 、 $k_\eta$  均分别取 1, 1, 0.01; 系数  $C$  的取值为:

$$\text{高压涡轮: } \begin{cases} C_{pc} = 1.5342 \\ C_W = 13.2121 \\ C_\eta = 1.0121 \end{cases}, \text{ 低压涡轮 } \begin{cases} C_{pr} = 0.7902 \\ C_W = 0.3881 \\ C_\eta = 1.0061 \end{cases}.$$

4) 计算涡轮流量

涡轮出口流量可由式 (18) 计算所得:

$$W_g = W_c \cdot \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}} \cdot \frac{p_{in}^*}{p_{in,d}^*} \quad (21)$$

其中, 高压涡轮:  $p_{in,d}^* = 28.7297$ , 低压涡轮:  $p_{in,d}^* = 11.3371$ 。

5) 涡轮出口总压

$$p_{out}^* = \frac{p_{in}^*}{pr_c} \quad (22)$$

6) 涡轮出口总温

由计算得的落压比  $pr_c$ 、效率  $\eta_c$  以及已知的入口总温, 可根据式(20)计算得出口总压:

$$pr_c = \left[ 1 - \left( 1 - \frac{T_{out}^*}{T_{in}^*} \right) / \eta_c \right]^{-\overline{Cp}/R} \quad (23)$$

其中, 高压涡轮平方等压比热  $\overline{Cp} = 1.2988\text{e}+00$ , 低压涡轮平均等压比热  $\overline{Cp} = 1.2745\text{e}+003$ ,  $R$  为气体常数。

7) 求涡轮的混合气体的进出口焓

涡轮的功和功率的计算过程主要为: 首先根据进口总温  $T_{in}^*$  分别计算纯燃气的进口焓  $h_{st,in}$  (式 24) 以及此时空气的进口焓  $h_{air,in}$  (式 10), 再计算在此油气比下的燃气的总进口焓  $h_{in}$  (式 25); 按照同样的步骤, 根据出口总温  $T_{out}^*$  计算燃

气的总出口焓  $h_{out}$ 。

$$\begin{aligned} Hst = & -0.11152575 \times 10^6 - 0.31020206 \times 10^3 \times T + 2.9961197 \times T^2 \\ & - 0.27934788e - 2 \times T^3 + 0.18746407 \times 10^{-5} \times T^4 - 0.73499597 \times 10^{-9} \\ & \times T^5 + 0.15062602 \times 10^{-12} \times T^6 - 0.12510984 \times 10^{-16} \times T^7 \end{aligned} \quad (24)$$

$$Hgas = Hair + \frac{f}{1+f} \times Hst \quad (25)$$

其中  $f$  为油气比。

8) 求涡轮功和功率

$$\begin{cases} l_T = h_{in} - h_{out} \\ N_T = W_g \cdot l_T \eta_m \end{cases} \quad (26)$$

其中,  $\eta_m=0.99$  为涡轮机械效率。

#### 5.2.1.2.3 涵道

发动机中涵道的模型结构很简单, 主要作用为允许部分气体流通。在涵道进口总温  $T_{in}^*$ 、总压  $p_{in}^*$ 、流量  $W_{a,in}$ 、总压恢复系数  $\sigma_{duct}$  已知的情况下, 可由以下过程直接获得涵道的出口总温、总压、流量。

$$\begin{cases} T_{out}^* = T_{in}^* \\ p_{out}^* = p_{in}^* \sigma_{duct} \\ W_{a,out} = W_{a,in} \end{cases} \quad (27)$$

其中  $\sigma_{duct} = 0.98$  为涵道的总压恢复系数。

#### 5.2.1.2.4 涵道前混合器, 选择活门, 副外涵道建模

与常规混排涡扇发动机不同的是, 双外涵变循环发动机在副外涵进口处, 安装有改变发动机工作模式的选择活门, 模式选择活门的开闭, 将改变变循环发动机内部气动热力学循环。为了准确描述发动机在亚音速巡航点和超音速巡航点的运转状态, 建立了包含模式选择活门、副外涵及 CDFS 涵道的气流掺混模型[1]。如图 4 所示。

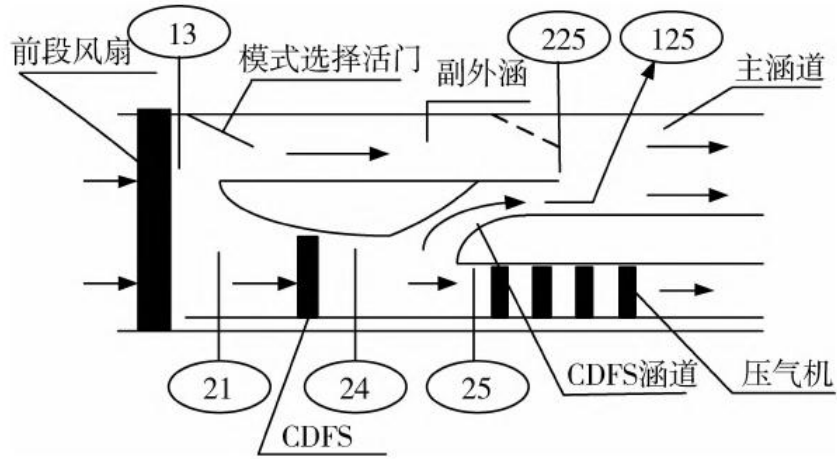


图4 变循环发动机局部简图

(图中数字序号表示发动机各截面参数定义的下脚标)

1) 求气动函数  $q(\lambda_{125})$  和  $\lambda_{125}$

在副外涵道、CDFS 涵道出口面积及外涵道流量其流量已知的情况下，根据式 (27) 求得  $q(\lambda_{125})$  和  $\lambda_{125}$ 。

$$\begin{cases} W_{g125} = k_m \frac{p_{125}^*}{\sqrt{T_{125}^*}} A_{125} q(\lambda_{125}) \\ q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma+1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ k_m = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \end{cases} \quad (27)$$

其中，中 CDFS 涵道出口面积  $A_{125} = 608.4252$ ， $p_{125}^*$  为 CDFS 涵道出口总压， $T_{125}^*$  为 CDFS 涵道出口总温。 $\gamma$  为气体绝热指数， $k_m$  为流量系数， $R$  为气体常数。

$$\text{纯空气: } \begin{cases} \gamma=1.4 \\ R=287 \\ k_m=0.0404 \end{cases}, \text{ 燃气: } \begin{cases} \gamma=1.33 \\ R=287.31 \\ k_m=0.0394 \end{cases}。$$

2) 计算 CDFS 涵道出口静压  $p_{125}$

$$p_{125} = p_{125}^* \cdot \pi(\lambda_{125}) \quad (28)$$

其中  $\pi(\lambda_{125})$  满足气动函数：



$$\pi(\lambda) = (1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (29)$$

3) 求  $\pi(\lambda_{225})$  和  $\lambda_{225}$

由前混合器静压平衡可直接求出  $\pi(\lambda_{225})$  和  $\lambda_{225}$ ， $p_{225}^*$  为副外涵道出口总压；

$$\begin{cases} p_{225} = p_{125} \\ p_{225} = p_{225}^* \cdot \pi(\lambda_{225}) \end{cases} \quad (30)$$

4) 计算副外涵道出口流量

$$W_{g225} = k_m \frac{p_{225}^*}{\sqrt{T_{225}^*}} A_{225} q(\lambda_{225}) \quad (31)$$

其中副外涵道面积（选择活门面积）： $A_{225}=1.8395\text{e}+003$ ， $T_{225}^*$  为副外涵出口总温。

5) 计算前混合器出口总温  $T_{15}^*$ 、总压  $p_{15}^*$ 、流量  $W_{g15}$

$$\begin{cases} W_{g225} + W_{g125} = W_{g15} \\ W_{g225} h_{225} + W_{g125} h_{125} = W_{g15} h_{15} \\ p_{225}^* f(\lambda_{225}) A_{225} + p_{125}^* f(\lambda_{125}) A_{125} = p_{15}^* f(\lambda_{15}) (A_{225} + A_{125}) \\ W_{g15} = k_m \frac{p_{15}^*}{\sqrt{T_{15}^*}} A_{15} q(\lambda_{15}) \end{cases} \quad (32)$$

其中： $A_{15} = A_{225} + A_{125}$ ， $h_{15}$  为前混合器出口焓， $h_{125}$  为前混合器CDFS涵道出口焓， $h_{225}$  为前混合器副外涵出口焓， $W_{g225}$  为前混合器副外涵出口流量， $W_{g125}$  为前混合器CDFS涵道出口流量。 $T_{15}^*$  是由式（32）的第二个公式求出的。

且  $f(\lambda)$  满足气动函数：

$$f(\lambda) = \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} q(\lambda) z(\lambda) \quad (33)$$

#### 5.2.1.2.5 后混合室

后混合室的主要作用是将各气流均匀混合，提高燃气的利用率。在已知混合气两股参混前的总温、总压、流量及面积，即可根据以下建立的后混合室模型计算出口总温、总压、流量等参数。

1) 计算  $q(\lambda_{61})$  和  $\lambda_{61}$

$$W_{g61} = k_m \frac{p_{61}^*}{\sqrt{T_{61}^*}} A_{61} q(\lambda_{61}) \quad (34)$$

其中内涵出口面积  $A_{61}=5.3061\text{e}+003$ ， $p_{61}^*$  为内涵出口总压， $T_{61}^*$  为内涵出口总温。

2) 计算  $q(\lambda_{62})$  和  $\lambda_{62}$

$$W_{g62} = k_m \frac{P_{62}^*}{\sqrt{T_{62}^*}} A_{62} q(\lambda_{62}) \quad (35)$$

其中外涵出口面积  $A_{62} = 2.3212 \times 10^4$ ,  $P_{62}^*$  为外涵出口总压,  $T_{62}^*$  为外涵出口总温。

3) 计算内涵道及外涵道静压

$$\begin{cases} p_{61} = P_{61}^* \cdot \pi(\lambda_{61}) \\ p_{62} = P_{62}^* \cdot \pi(\lambda_{62}) \end{cases} \quad (36)$$

4) 混合器出口总温  $T_6^*$ 、总压  $P_6^*$ 、流量  $W_{g6}$

$$\begin{cases} W_{g61} + W_{g62} = W_{g6} \\ W_{g61} h_{61} + W_{g62} h_{62} = W_{g6} h_6 \\ P_{61}^* f(\lambda_{61}) A_{61} + P_{62}^* f(\lambda_{62}) A_{62} = P_6^* f(\lambda_6) (A_{61} + A_{62}) \\ W_{g6} = k_m \frac{P_6^*}{\sqrt{T_6^*}} A_6 q(\lambda_6) \end{cases} \quad (37)$$

其中,  $A_6 = A_{61} + A_{62}$ ,  $h_6$  为后混合器出口焓,  $h_{61}$  为后混合器内涵出口焓,  $h_{62}$  为后混

合器外涵出口焓,  $W_{g61}$  为后混合器内涵出口流量,  $W_{g62}$  为后混合器外涵出口流量。

#### 5.2.1.2.6 加力燃烧室

加力燃烧室的主要作用是将混合的燃气和空气进行燃烧, 其构建的模型也十分简单。当进口总温、总压、流量已知时, 其出口总温、总压及流量可由式 (38) 得到:

$$\begin{cases} P_{6out}^* = P_{6in}^* \cdot \sigma_6 \\ T_{6out}^* = T_{6in}^* \\ W_{g6out} = W_{g6in} \end{cases} \quad (38)$$

其中,  $P_{6in}^*$ 、 $P_{6out}^*$  分别为进出口总压,  $T_{6in}^*$ 、 $T_{6out}^*$  分别为进出口总温,  $W_{g6in}^*$ 、

$W_{g6out}^*$  分别为进出口流量,  $\sigma_6=1$  为总压恢复系数。

#### 5.2.1.2.7 喷尾管

喷尾管的作用是使燃气在其中膨胀, 将燃气部分热能转化动能, 从而产生推力。本文采用拉瓦尔 (收敛-扩张) 喷尾管 (如图 5 所示) 建立模型。

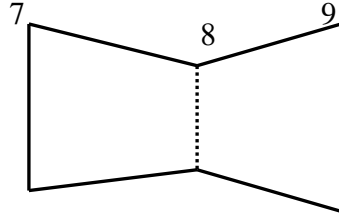


图 5 拉瓦尔喷尾管示意图

在拉瓦尔尾喷管中，任意截面总温、总压、流量均不变，则由流量公式可以得到：

$$q(\lambda)A = \text{const} \quad (38)$$

因此在已知任意截面的面积或者  $\lambda$ ，就可以求出该截面的参数。

拉瓦尔尾喷管有三种工作状态：临界、亚临界和超临界。当处于临界时，尾喷管喉部  $Ma=1$ ，喉部之后气流变为超音速气流，尾喷管出口静压与大气压相等（完全膨胀）；处于超临界时，喉部  $Ma=1$ ，此时尾喷管出口面积会自动改变（增大）使尾喷管出口静压与大气压相等，使尾喷管变为临界状态，但尾喷管出口面积有最大限制，当到达最大限制值时，尾喷管出口静压不能与大气压相等，则通过  $q(\lambda)A = \text{const}$  重新计算出口参数；处于亚临界时，喉部  $Ma < 1$ ，喉部之后不能加速到超音速。

在已知尾喷管进口总温  $T_{in}^*$ 、总压  $p_{in}^*$ 、流量  $W_g$ 、大气环境压力  $p_0$  的条件下，建立拉瓦尔喷尾管模型。

1) 计算尾喷管喉道面积  $A_8$ ，出口面积  $A_9$

假设尾喷管始终处于临界或超临界状态，即速度系数  $\lambda_8=1$ 。

- 由流量公式  $W_{g8} = k_m \frac{p_8^*}{\sqrt{T_8^*}} A_8 q(\lambda_8)$  计算出  $A_8$ ；
- $p_9 = p_0$ ，计算出  $\pi(\lambda_9) = p_9 / p_9^*$ ，并求出  $\lambda_9$ ；
- 由流量公式  $W_{g9} = k_m \frac{p_9^*}{\sqrt{T_9^*}} A_9 q(\lambda_9)$  计算出  $A_9$ ；
- 判断  $\frac{A_9}{A_8} > ar$ （这里  $ar=3$ ），如果是，则  $A_9 = 3A_8$ ，利用流量公式重新计算  $\lambda_9$ 。

2) 计算尾喷管出口静温

$$T_9 = T_7^* \tau(\lambda_9); \quad (39)$$

其中  $\tau(\lambda)$  为气动函数，可由式(40)求出：

$$\tau(\lambda) = 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \quad (40)$$

3) 计算尾喷管出口气流速度

$$c_9 = \varphi_{nz} \sqrt{2(h_9^* - h_9)} \quad (41)$$

其中：  $\varphi_{nz} = 0.98$ ，焓  $h_9^*$  和焓  $h_9$  分别由尾喷管出口总温和静温求出。

### 5.2.2 发动机平衡方程

假设发动机处于稳定运行在单/双涵道时，不考虑起飞、加速、爬升、单双涵道切换时的动态情况，发动机各部件匹配工作时，受如下 7 个平衡方程制约。

1) 低压轴功率平衡

$$N_{CL} - N_{TL} \eta_{mL} = 0 \quad (42)$$

其中  $N_{CL}$  是风扇消耗功率， $N_{TL}$  是低压涡轮发出功率， $\eta_{mL}=0.99$  为中间轴机械效率。

2) 高压轴功率平衡

$$N_{CH} + N_{CDFS} - N_{TH} \eta_{mH} = 0 \quad (43)$$

$N_{CH}$  和  $N_{CDFS}$  分别是高压压气机和CDFS的消耗功率， $N_{TH}$  是高压涡轮发出功率， $\eta_{mH}=0.99$  是高速轴的机械效率。

3) 高压涡轮进口截面流量平衡

$$W_{g41} - W'_{g41} = 0 \quad (44)$$

$W_{g41}$  是高压涡轮进口截面气体流量，即主燃烧室出口气体流量和冷却空气流量， $W'_{g41}$  是通过高压涡轮特性数据线性插值得到的高压涡轮流量，这里忽略冷却的空气流量。

4) 低压涡轮进口截面流量平衡

$$W_{g45} - W'_{g45} = 0 \quad (45)$$

$W_{g45}$  是低压涡轮进口截面流量，由主燃烧室出口气体流量和冷却空气流量计算得到， $W'_{g45}$  是通过低压涡轮特性数据线性插值得到的低压涡轮流量，这里忽略冷却的空气流量。

#### 5) 后混合器静压平衡

$$P_{61} - P_{62} = 0 \quad (46)$$

$p_{61}$  和  $p_{62}$  分别是后混合器内、外涵道（主外涵道）的静压，二者应平衡。后混合器见图2的6截面。

#### 6) 尾喷管面积平衡

$$A_8 - A'_8 = 0 \quad (47)$$

$A'_8$  为给定的尾喷管8截面的面积，这里  $A'_8 = 9.4575e+003$ 、 $A_8$  为按附录1尾喷管的有关公式计算出的尾喷管8截面的面积，二者应相等。

#### 7) 风扇出口流量平衡

$$W_{a2} - W_{a21} - W_{a13} = 0 \quad (48)$$

其中风扇出口的流量  $W_{a2}$  分流为副外涵流量  $W_{a13}$  和CDFS进口流量  $W_{a21}$ ，三者之间应存在平衡关系。副外涵流量  $W_{a13}$  是按附录1中前混合器的有关公式计算出的。

### 5.2.3 模型的求解

发动各部件匹配工作时，受 5.2.3 中的七个平衡方程制约，若设定适当的未知参量，各个平衡方程中的参数均可根据 5.1 及 5.2.1 中构建的发动机各部件模型得到其关于已知量、假定参数或中间变量的表达方式。由此平衡方程组转换成一组关于假定参数非线性方程组，求解非线性方程组常用的方法有数值迭代法和进化计算方法等。Newton-Raphson 迭代法虽然收敛较快，但是每步迭代都要计算 Jacobi 矩阵并求解线性方程组，工作量较大。当 Jacobi 矩阵奇异或接近奇异时，NR 法的计算将无法进行。Newton-Raphson 迭代法对初值的选择比较敏感，不恰当的初值使得迭代难以收敛。在发动机的非线性方程组中，由于不知道方程组最终解的范围，初值的选取具有随机性，难以将七个变量的初值选在解的领域中，所以不宜使用 Newton-Raphson 迭代法。粒子群算法（Particle Swarm Optimization, PSO）为一种基于随机性的非数值算法，是一种新颖的、简便的智能算法，整个过程中毋须导数，同传统的优化方法相比，PSO 具有更强的全局优化能力，也能较快地收敛于可接受解，对初值的选择比较不敏感。所以，PSO 能够比较准确地求解发动机的非线性方程组。

#### 5.2.3.1 假设参量的选定

由 5.1 及 5.2.1 中所构建的各部件的模型可知，若已知发动机飞行高度  $H$ 、飞行马赫数、低压转速、高压转速、各压气机和涡轮的压比函数值和导叶角、主燃烧室的出口温度、各涵道与混合器的面积等参量时，即可获取发动机的所有热动数据。

在假设理想的情况下，每一级部件的进口总温、总压等于上一级部件的出口总温、总压。根据题目及附录总所给的数据，可知低压转速  $n_L$ 、各压气机及

涡轮模型的导叶角、飞行高度、飞行马赫数、各涵道与混合器面积均是已知量，则若假设高压转速、各压气机与涡轮的压比函数值以及主燃烧室的出口温度也已知，便可根据部件法所构建的发动机模型与七大平衡方程得到发动机的稳态运行过程。

选定的假设参数极其说明如下表 5 所示：

表 5 选定的七个假设参数说明

| 试给参数       | 说明                        | 试给参数     | 说明        |
|------------|---------------------------|----------|-----------|
| $n_H$      | 高压转速（高压压气机、CDFS、高压涡轮物理转速） | $T_4^*$  | 主燃烧室出口温度  |
| $Z_{CL}$   | 风扇压比函数值                   | $Z_{TH}$ | 高压涡轮压比函数值 |
| $Z_{CDFS}$ | CDFS压比函数值                 | $Z_{TL}$ | 低压涡轮压比函数值 |
| $Z_{CH}$   | 高压压气机压比函数值                |          |           |

### 5.2.3.2 粒子群算法求解非线性方程

粒子群优化算法 (PSO) 起源对简单社会系统的模拟，在对粒子群算法数学化后，PSO 是一种很好的非线性方程的求解方式。

#### 5.2.3.2.1 粒子群算法原理

在粒子群算法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 中, 每个优化问题的潜在解都是搜索空间中的一只鸟，称为粒子。每个优化问题的潜在解都是搜索空间中的一只鸟，称之为粒子。所有的粒子都有一个由被优化的函数决定的适值 (fitness value)，每个粒子还有一个速度决定它们飞翔的方向和距离。粒子们就追随当前的最优粒子在解空间中搜索最佳位置[6]。

假设在一个群体中有  $N$  个粒子，不同的个体有不同的位置  $X_j$ ，它在控件中以某个速度  $V_j$  飞行，不同的位置对应于不同的与优化目标函数值相关的个体适应度函数值  $F(X_j)$ 。

POS 初始化为一群随机粒子（随机解），然后通过迭代找到最优解。在每一次的迭代中，粒子通过跟踪两个极值来更新自己：第一个就是粒子本身所经历的最好位置，为  $P_j = [p_{j1}, p_{j2} \cdots p_{j7}]^T$ ，也称为  $P_{best}$ ；第二个就是群体中所有粒子经历的最好位置，为  $P_g = [p_{g1}, p_{g2} \cdots p_{g7}]^T$ ，也成为  $g_{best}$ 。若已知第  $k$  代第  $j$  各粒子的速度  $V_j^{(k)}$  及位置  $X_j^{(k)}$ ，则第  $(k+1)$  代第  $j$  各粒子的速度及位置为：

$$V_j^{(k+1)} = w^{(k)} V_j^{(k)} + c_1 r_{j1} (P_j - X_j^{(k)}) + c_2 r_{j2} (P_g - X_j^{(k)}) \quad (49)$$

$$X_j^{(k+1)} = X_j^{(k)} + V_j^{(k+1)} \quad (50)$$

$$w^{(k)} = w_{\max} - k(w_{\max} - w_{\min}) / k_{\max} \quad (51)$$

其中：  $w^{(k)}$ ： 惯性权重系数，是迭代次数的函数，且随迭代次数线性减少；

$w_{\max}$ ： 初始惯性权重；  $w_{\min}$ ： 终止惯性权重；  $k_{\max}$ ： 最大迭代次数。

$c_1$ ： 粒子自身加速度权重系数，一般在 0~2 之间取值；

$c_2$ ： 全局加速度权重系数，一般也在 0~2 之间取值；

$r_1, r_2$ ： [0,1]范围内两个相互独立的、均匀分布的随机数。[4]

#### 5.2.3.2.2 粒子群算法流程

基本粒子群算法的流程如下：

Step1： 初始化粒子群，包括群体规模  $N$ ，每个粒子的位置  $X_j$  和速度  $V_j$

Step2： 计算每个粒子的适应度值  $F(X_j)$ ；

Step3： 对每个粒子，用它的适应度值  $F(X_j)$  和个体极值  $P_{best}$  比较，如果  $F(X_j)$

优于  $P_{best}$ ， $F(X_j)$  替换掉  $P_{best}$ ；

Step4： 对每个粒子，用它的适应度值  $F(X_j)$  和全局极值  $g_{best}$  比较，如果  $F(X_j)$

优于  $g_{best}$  则用  $F(X_j)$  替  $g_{best}$ ；

Step5： 根据公式（49）-（51）更新粒子的速度  $V_j$  和位置  $X_j$ ；

Step6： 如果满足结束条件(误差足够好或到达最大循环次数)退出，否则返回 Step2。

#### 5.2.3.2.3 粒子群算法本题的实例化

在本文中，有七个假定的未知量  $x_1, x_2 \cdots x_7$ （对应关系为：  $x_1$ ：  $n_H$  高速物理转速（高压压气机、CDFS、高压涡轮物理转速）  $x_2$ ：  $Z_{CL}$  风扇压比函数值；  $x_3$ ：  $Z_{CDFS}$  CDFS 压比函数；  $x_4$ ：  $Z_{CH}$  高压压气机压比函数；  $x_5$ ：  $T_4^*$  主燃烧室出口温度；  $x_6$ ：  $Z_{TH}$  高压涡轮压比函数；  $x_7$ ：  $Z_{TL}$  低压涡轮压比函数。）每个粒子在某一时刻都有由这七个未知量组成的位置  $X_j = [x_{j1}, x_{j2} \cdots x_{j7}]^T$ 。

设定函数  $f_1(X_j) \cdots f_7(X_j)$  为平衡方程 1-8（式 42-式 48）在位置  $X_j$  时的计算值。若  $X_j$  为非线性方程组的解时，满足平衡方程，即  $f_1(X_j) \cdots f_7(X_j)$  均等于 0。令个体适应度函数为  $F(X_j)$ ：

$$F(X_j) = |f_1(X_j)| + |f_2(X_j)| + \cdots + |f_7(X_j)| \quad (49)$$

当  $F(X_j) = 0$  时，位置  $X_j$  为最佳位置，即为非线性方程组的解。

在寻找最佳位置（即最优解）时， $F(X_j)$  的值越小，位置越佳。粒子根据式（49）-（51）来更新自己的速度和位置。

对于本题的粒子群算法的流程图如图 6 所示：



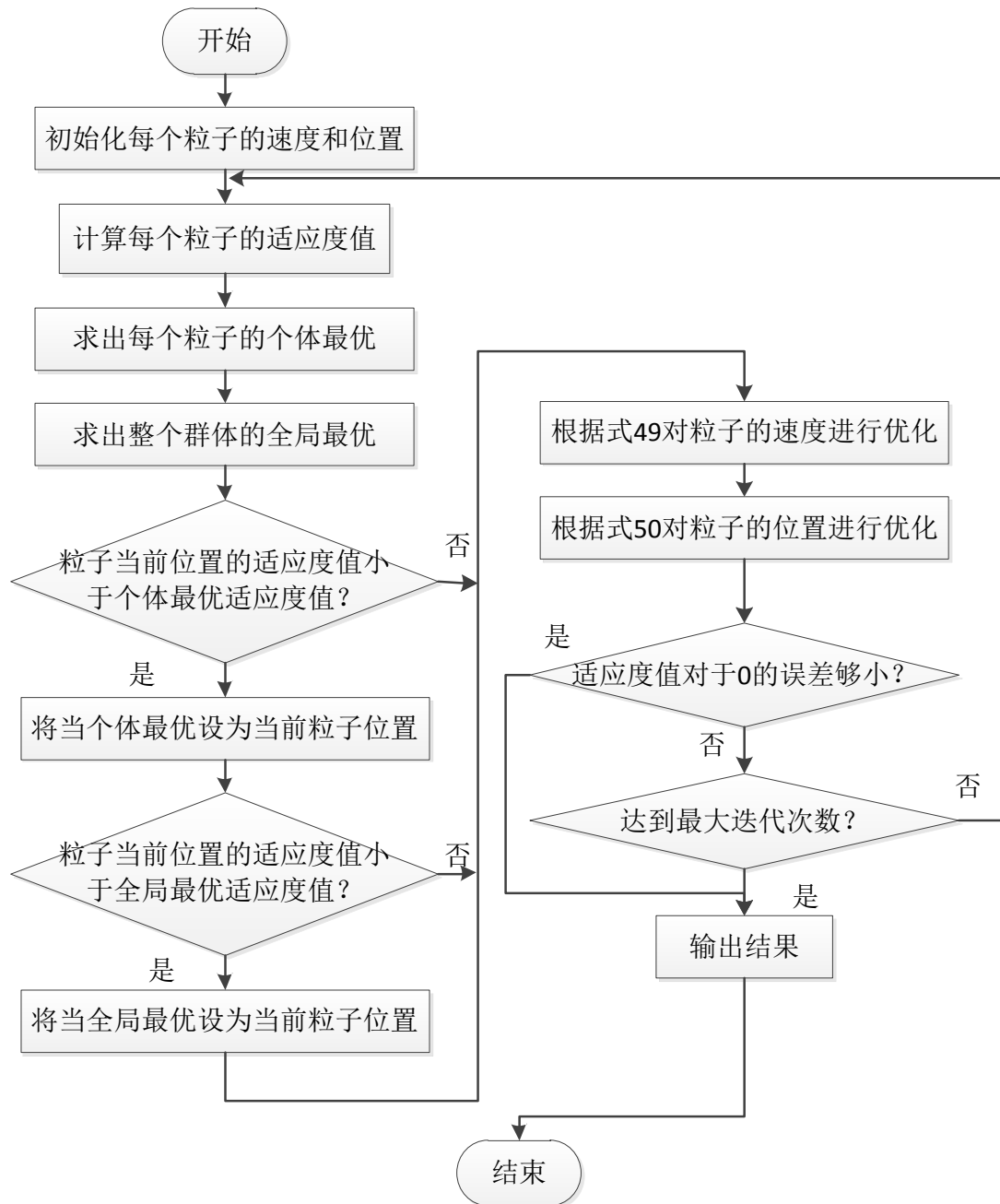


图 6 粒子群算法流程图

#### 5.2.3.2.4 粒子群算法求解结果

根据部件法建立的模型，粒子群算法计算过程中，选定不同数目的群体个数，经多次试验，发现在给定的不同的初值位置  $X_j$  情况下，都能有较好的收敛

效果，使得群体中各个粒子的适应度函数  $F(X_j) = |f_1(X_j)| + |f_2(X_j)| + \dots + |f_7(X_j)|$  均能收敛到相近的数值，精度设为： $\text{eps} = 10^{-4}$ ，且该数值在允许的范围内可近似认为等于 0。

如根据表 6 中各参数的设定，经过粒子群算法计算后，可得到一组比较理

想的非线性方程的解。

表 6 设定的初始参数列表

|      |            |           |             |            |
|------|------------|-----------|-------------|------------|
| 附加参量 | N          | T         | $c_1$       | $c_2$      |
| 含义   | 群体粒子数      | 最大迭代次数    | 粒子自身加速度权重系数 | 全局加速度权重系数  |
| 数值   | 30         | 100       | 2           | 2          |
| 初始位置 | $n_H$      | $T_4^*$   | $Z_{CL}$    | $Z_{CDFS}$ |
| 含义   | 高压转速       | 主燃烧室出口温度  | 风扇压比函数值     | CDFS压比函数值  |
| 数值   | 0.6        | 1000      | 0.5         | 0.5        |
| 初始位置 | $Z_{CH}$   | $Z_{TH}$  | $Z_{TL}$    |            |
| 含义   | 高压压气机压比函数值 | 高压涡轮压比函数值 | 低压涡轮压比函数值   |            |
| 数值   | 0.5        | 0.5       | 0.5         |            |

在表 6 的给定的参数下，最终可得到一组最优解，如表 7 所示。粒子群算法中选取的 30 组粒子在迭代过程中的趋势如图 7 所示。

表 7 线性方程的一组最优解

|     |            |           |           |            |
|-----|------------|-----------|-----------|------------|
| 变量  | $n_H$      | $T_4^*$   | $Z_{CL}$  | $Z_{CDFS}$ |
| 含义  | 高压转速       | 主燃烧室出口温度  | 风扇压比函数值   | CDFS压比函数值  |
| 最优解 | 0.78       | 1369.9999 | 0.3394    | 1          |
| 变量  | $Z_{CH}$   | $Z_{TH}$  | $Z_{TL}$  |            |
| 含义  | 高压压气机压比函数值 | 高压涡轮压比函数值 | 低压涡轮压比函数值 |            |
| 最优解 | 0.2899     | 0.246     | 0.9112    |            |

由于群体粒子数 N=30，迭代一次需要的时间比较长。在计算时，为较好地保存结果，按迭代次数分批次进行统计计算。图 7-图 9 分别为 PSO 算法三次迭代的结果。

图 7 所示的结果中迭代了 20 次，适应值 F(x) 从 1189208.9387 降低至 481109.0440。图 8 所示的结果中迭代了 20 次，适应值 F(x) 从 481109.0440 降低至 53218.4441。图 9 所示的结果中迭代了 20 次，适应值 F(x) 从 53218.4441 降低至 9434.49741。此时 F(x) 相对来说已经很小了，比较接近方程的解。由于时间紧迫，未能进行更多次数的迭代。因此，以第三次迭代的结果作为一组最优解。迭代过程如图 7 至图 9 所示。

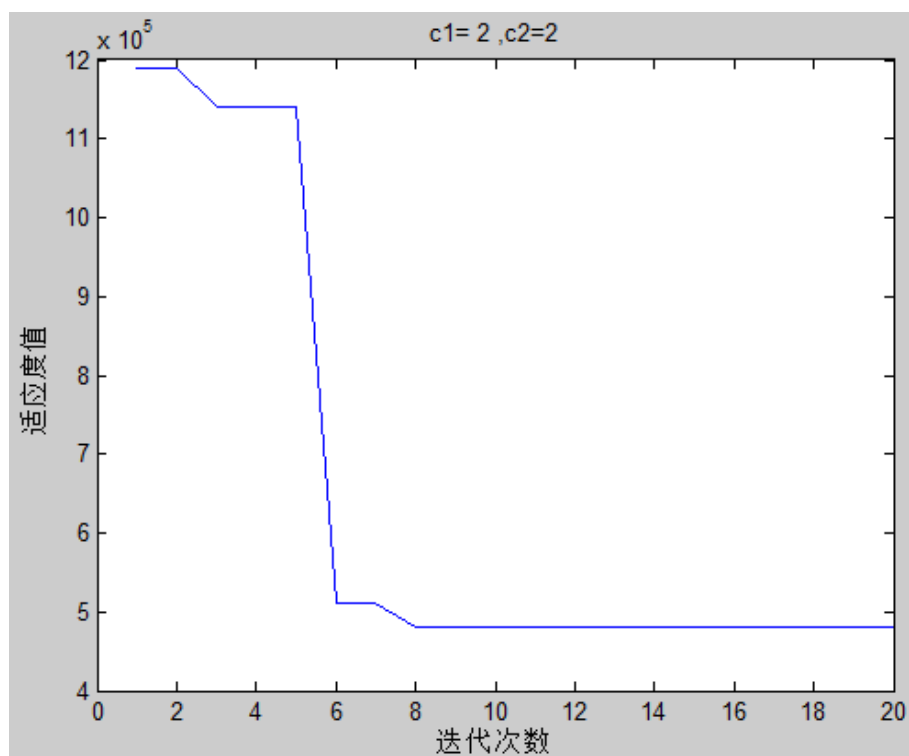


图 7 第一次迭代结果

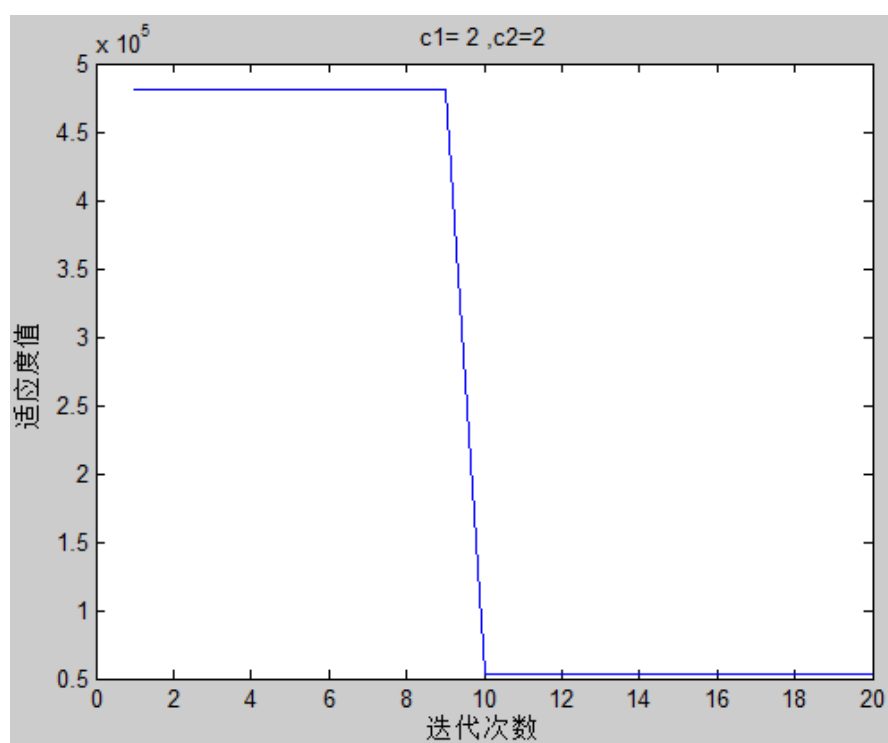


图 8 第二次迭代结果

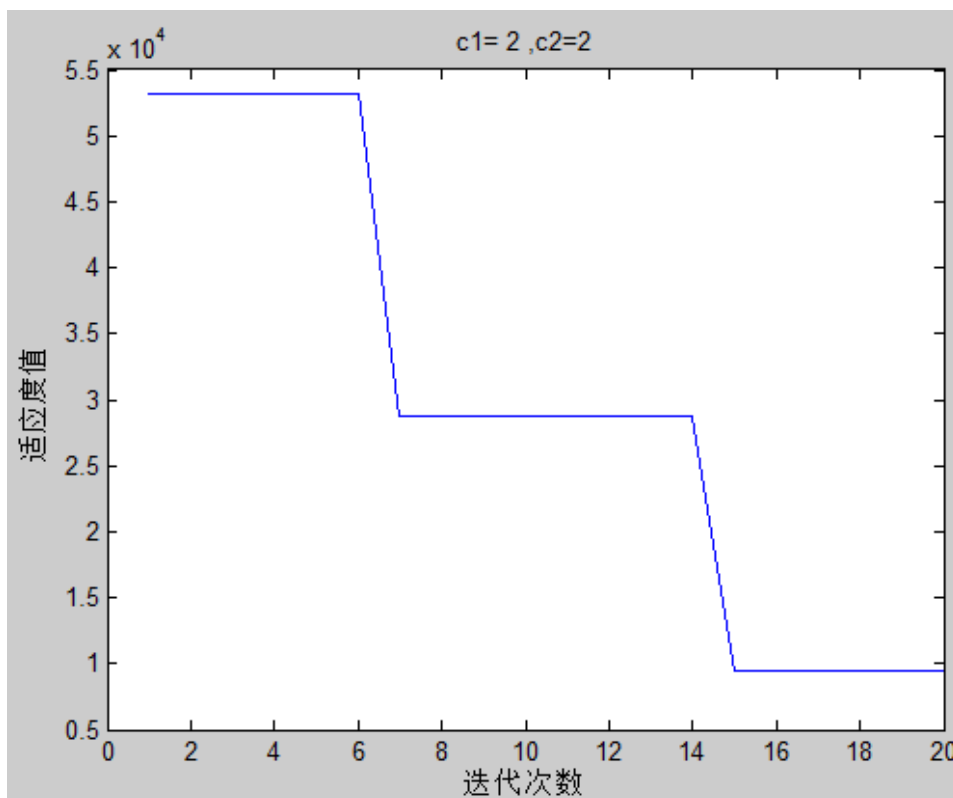


图9 第三次迭代结果

获取最优解的过程中的过程中在迭代过程中计算的各个模型的中间量结果如表8所示。

表8 中间变量计算结果

| 参数      | $T_{out}$ | $P_{out}$ | $W_{out}$ | $l$                    |
|---------|-----------|-----------|-----------|------------------------|
| 含义      | 出口总温      | 出口总压      | 出口流量      | 功率                     |
| 进气道     | 244.3812  | 0.3447    | —         | —                      |
| 风扇      | 333.2381  | 0.9083    | 15.8659   | $1.41215 \times 10^6$  |
| 副外涵道    | 333.29    | 0.89014   | 1.9769    | —                      |
| CDFS 涵道 | 368.4658  | 1.2273    | 3.0950    | —                      |
| 前混合器    | 355.3631  | 0.3168    | 5.0719    | —                      |
| CDFS    | 369.4658  | 1.2524    | 9.7639    | —                      |
| 主外涵道    | 355.3631  | 0.31042   | 5.0719    | —                      |
| 高压压气机   | 527.75539 | 2.9973    | 6.6688    | $1.07850 \times 10^6$  |
| 主燃烧室    | —         | 2.9373    | 6.8234    | $1.454718 \times 10^6$ |
| 高压涡轮    | 1124.9190 | 1.0766    | 4.8727    | $1.426426 \times 10^6$ |
| 低压涡轮    | 894.6882  | 0.3572    | 5.2770    | —                      |

|       |          |        |         |   |
|-------|----------|--------|---------|---|
| 加力燃烧室 | 894.6882 | 0.3572 | 5.2770  | - |
| 后混合器  | 637.8398 | 0.8096 | 10.3490 | - |

从上面数据可以看出表格 7 得出的一组最优解是存在一定误差的，由于时间问题，未能继续求解，但是从图 7-图 9 的计算过程中可以看出，粒子群算法对于发动机的非线性方程组求解是有效的，粒子个体逐步逼近方程组的最优解。

### 5.3 问题 3 的求解

问题三要求在发动机处于单涵道模式时，若使得发动机性能最优，发动机 CDFS 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积 3 个量的取值。这个问题涉及到最优解的问题。由题可知，在最优解时，发动机有较强的动力性和燃油经济性。并且，发动机的新能参数推力  $F$ ，耗油率  $sfc$ ，单位推力  $F_s$  可以用发动机 CDFS 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积这三个变量表示，问题转化成关于这三个变量的发动机性能参数的最优解问题。因此首先需要将性能参数用这三个变量表示出，同 5.2 的求解过程类似，根据发动机的整体模型和部件法构建发动机的各个部分计算模型。由于此时是超音速飞行，飞机需要有较强的动力，所以此时飞机发动机工作在单涵道模式，部件法建模计算时，同样受到平衡方程制约，在单涵道模式下，没有混合器流量制约，但是单涵道模式中，可以认为，所有气体流量全部走内涵道，那么有前后级部件流量是相等的。设定相应的未知量以及中间变量，构建未知参数的非线性方程组，最终可以消除所有中间变量，将发动机性能参数用题目中的三个变量表示，然后再求解函数的最优解。对于本题中函数最优解问题，仍然可以用粒子群算法。

#### 5.3.1 模型的建立

##### 5.3.1.1 单涵道模式下的整机模型

根据 5.2 中各部件的计算模型以及单涵道模式的运行过程，可建立如图 10 所示的在发动机模型在单涵道下的气流流动示意图。

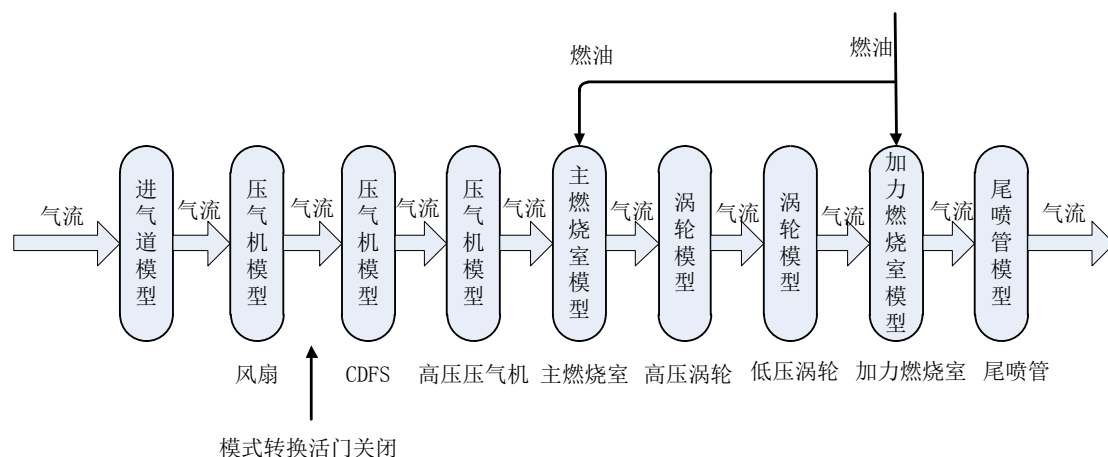


图 8 双涵道变循环发动机单涵道工作时气流流动示意图

##### 5.3.1.2 单涵道模式下各部件工作状态

根据 5.2 中建立的各部件计算模型以及单涵道模式下的各个部件的工作状

态，可进行如下模型的建立。

#### 5.3.1.2.1 进气道模型，

根据公式 (2) ~ (5)，可以求出，进气道出口的总温  $T_1^*$ 、总压  $p_1^*$

#### 5.3.1.2.2 风扇模型

假设风扇转速  $n_L$ ，风扇压比函数值  $Z_{CL}$ ，已知风扇导叶角  $\alpha_L$ ，进气道出口的总温  $T_1^*$ 、总压  $p_1^*$ （进气道模型求出），根据公式 (6) ~ (13)，可以求出风扇出口总温  $T_{out,1}$ ，总压  $p_{out,1}^*$ ，出口流量  $W_{a,1}$ ，功率  $N_{c,1}$ 。

#### 5.3.1.2.3 核心驱动风扇机 CDFS 模型

假设 CDFS 转速为  $n_H$ ，CDFS 压比函数值  $Z_{CDFS}$ ，CDFS 导叶角  $\alpha_{CDFS}$ ，已知入口总温  $T_{out,1}$ ，总压  $p_{out,1}^*$ （风扇模型已经求出）。

根据公式 (6) ~ (13)，可以求出 CDFS 出口总温  $T_{out,2}$ ，CDFS 出口总压  $p_{out,2}^*$ ，出口流量  $W_{a,2}$ ，功率  $N_{c,2}$ 。

#### 5.3.1.2.4 高压压气机模型

假设高压压气机压比函数值  $Z_{CH}$ ，已知高压压气机转速  $n_H$ ，高压压气机导叶角  $\alpha_H$ ，（前面已经假设），高压压气机入口总温  $T_{out,2}$ ，入口总压  $p_{out,2}^*$ （CDFS 模型求出）。

根据公式 (6) ~ (13)，可以求出高压压气机出口总温  $T_{out,3}$ ，出口总压  $p_{out,3}^*$ ，出口流量  $W_{a,3}$ ，功率  $N_{c,3}$ 。

#### 5.3.1.2.5 主燃烧室模型

假设出口温度  $T_4^*$ ，已知主燃烧室入口温度  $T_{out,3}$ ，入口总压  $p_{out,3}^*$ ，入口流量  $W_{a,3}$ （高压压气机模型求出）。

根据公式 (16) ~ (18) 可以求出主燃烧室出口总压  $p_{out,4}^*$ ，出口流量  $W_{g,4}$ ，出口油气比  $f_b$ 。

### 5.3.1.2.6 高压涡轮模型

假设高压涡轮压比函数值  $Z_{TH}$ ，已知高压转速  $n_H$ ，高压涡轮导向角，入口总温  $T_4^*$ 、总压  $p_{out,4}^*$ 。

根据公式 (19) ~ (26) 可以求出高压涡轮出口总压  $p_{out,5}^*$ ，出口总温  $T_{out,5}^*$ ，出口流量  $W_{g,5}$ ，功率  $N_{c,5}$ 。

### 5.3.1.2.7 低压涡轮模型

假设低压涡轮压比函数值  $Z_{TL}$ ，低压涡轮导叶角  $\alpha_{CH}$ ，已知入口总温  $T_{out,5}^*$ ，入口总压  $p_{out,5}^*$ （高压涡轮求得）。

根据公式 (19) ~ (26)，可以求得低压涡轮出口总压  $p_{out,6}^*$ ，出口总温  $T_{out,6}^*$ ，出口流量  $W_{g,41}$ ，功率  $N_{c,6}$ 。

### 5.3.1.2.8 后混合器模型+加力燃烧室模型

已知内涵道截面积，入口总温，总压，流量，根据公式 (34) ~ (38) 可以求出出口流量  $W_{g,7}$ ，出口总温  $T_{out,7}^*$ ， $p_{out,7}^*$ 。

### 5.3.1.2.9 尾喷管模型

假设 A8 截面积，已知入口总温，总压，流量。  
根据公式 (39) ~ (41)，可以求出尾喷管出口气流速度  $c_9$ ，尾喷管出口静温  $T_9$ ，出口截面积  $A_9$ 。

## 5.3.2 平衡方程构建

与 5.2 中类似，也是适当选取一组位置参数，根据一些列平衡方程，通过 5.3.1 中建立的模型，可得到一组非线性方程组，再通过粒子群算法求解该线性方程组。

### 5.3.2.1 平衡方程组

同样各个部件之间也受如下一些平衡方程影响和制约：

1) 低压轴功率平衡：

$$N_{CL} - N_{TL}\eta_{mL} = 0$$

2) 高压轴功率平衡：

$$N_{CH} + N_{CDFS} - N_{TH}\eta_{mH} = 0$$

3) 高压涡轮进口截面流量平衡:

$$W_{g41} - W'_{g41} = 0$$

4) 低压涡轮进口截面流量平衡:

$$W_{g45} - W'_{g45} = 0$$

5) 尾喷管面积平衡:

$$A_8 - A'_8 = 0$$

6) 各个部件之间由于是单涵道, 所以还有流量平衡:

$$W_{a,1} = W_{a,2}$$

7)

$$W_{a,2} = W_{a,3}$$

8) 混合器面积公式

$$\begin{cases} W_{g61} + W_{g62} = W_{g6} \\ W_{g61}h_{61} + W_{g62}h_{62} = W_{g6}h_6 \\ p_{61}^*f(\lambda_{61})A_{61} + p_{62}^*f(\lambda_{62})A_{62} = p_6^*f(\lambda_6)(A_{61} + A_{62}) \\ W_{g6} = k_m \frac{p_6^*}{\sqrt{T_6^*}} A_6 q(\lambda_6) \end{cases}$$

### 5.3.2.2 未知参量选取

根据各个部件的模型计算, 可以得知假设变量有: 风扇转速  $n_L$ , 风扇压比函数值  $Z_{CL}$ , CDFS 转速为  $n_H$ , CDFS 压比函数值  $Z_{CDFS}$ , CDFS 导叶角  $\alpha_{CDFS}$ , 高压压气机压比函数值  $Z_{CH}$ , 出口温度  $T_4^*$ , 高压涡轮压比函数值  $Z_{TH}$ , 低压涡轮压比函数值  $Z_{TL}$ , 低压涡轮导叶角  $\alpha_{CH}$ , 尾喷管截面积  $A_8$  一共 11 个变量。

结合以上 8 个平衡方程和公式, 完全可以消去变量定义中 8 个未知量。这样可以用发动机 CDFS 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积 3 个量表示出其他的变量。

那么对于发动机性能参数推力  $F$ , 耗油率  $sfc$ , 单位推力  $F_s$  便也随之可以由这三个变量表示出。

选定的三个未知参量极其说明如下表 9 所示:

表 9 选定的 3 个假设参数说明

| 试给参数          | 说明          |
|---------------|-------------|
| $\alpha_{CD}$ | 发动机CDFS导叶角度 |
| $\alpha_l$    | 低压涡轮导叶角度    |
| $A$           | 喷管喉道面积      |



### 5.3.3 单涵道模型的求解未解决的难点:

1、在求解上述 8 个方程时，由于变量数多于方程数，所以必然有三个变量无法解除，所以需要找出一种方法，可以快速变量求解出方程。

2、假设已经找出三个变量和另外其他变量之间的关系后，还需要建立一个性能评比函数，通过计算评比函数的最优值，如何选择这样的—个性能评比函数，能够较可信的确定函数他的最值就是能够代表发动机的最优性能。需要进行选择函数以及相应的计算。

3 假设已经确定性能评比函数，那么找到这个函数的最大值，就能确定 CDFS 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积三个量的最佳值，由于这是一个三元的函数，求解一个三元函数的最大值问题可以用牛顿迭代法，遗传算法，粒子群算法等等，鉴于前面分析各种方法优缺点，考虑用粒子群算法求解最优。但鉴于时间有限，本文中只建立模型，以及分析求解算法，后续的求解过程和结果仍在研究过程中。

## 六、模型评价与改进

### 6.1 模型的优缺点

#### 6.1.1 部件法

本文采用部件法构建双涵道变循环发动机的模型。部件法的主要优势在于将发动机的整个模型分成各个模块，各模块根据上级参数可独立分析，简化了模型分析过程。

#### 6.1.2 粒子群算法

- 1) 同传统的优化方法相比，PSO 具有更强的全局优化能力，也能较快地收敛于可接受解；
- 2) PSO 采用实数编码，不需要像遗传算法一样采用二进制编码(或者采用针对实数的遗传操作)。凡能用遗传算法求解的问题均能用粒子群算法，不需要诸如选择、交叉、变异和保留等遗传操作，因此控制参数少，算法简单效率较高[4]；
- 3) PSO 也是基于群体的非数值并行算法，整个过程毋须导数信息；
- 4) 对于多解的非线性方程组，可以通过独立计算多次来得到多个完全数值解；

### 6.2 模型的缺点

- 1) 基本粒子群算法的性能依赖算法的参数选择；
- 2) 由于 PSO 中粒子向自身历史最佳位置和邻域或群体历史最佳位置聚集，形成粒子种群的快速趋同效应，容易出现陷入局部极值、早熟收敛或停滞现象；
- 3) 基本粒子群算法容易陷入局部最优，计算量较大，求解时间比较长，如果参数设置不但，求解速度比较慢。

### 6.3 改进方向

考虑到基本粒子群算法存在局限性,结合粒子群算法(PSO)和遗传算法(GA)的优点,采用一种新的算法:遗传粒子群算法(GAPSO)。该算法首先计算适应度函数值,对群体中的个体按适应度函数值的大小进行排序,再采用 PSO 算法对群体中的优秀个体进行提高,提高以后的个体被保留并进入下一代,其他适应度函数值差的个体则被淘汰。对已经提高的优秀个体再通过选择交叉和变异步骤得到剩下的个体。采用新方法得到的下一代个体比采用遗传和粒子群方法得到的下一代个体要优秀,因此 GAPSO 算法的性能有很大的提高[6]。

### 参考文献

- [1] 苟学中. 变循环发动机建模及控制规律研究[D]. 南京航空航天大学, 2012.
- [2] 苟学中, 周文祥, 黄金泉. 变循环发动机部件级建模技术[J].
- [3] 陈长忆, 叶永春. 基于粒子群算法的非线性方程组求解 [J]. 计算机应用与软件, 2006, 23(5): 137-139.
- [4] 陈长忆, 叶永春. 基于粒子群算法的非线性方程组求解 [J][J]. 计算机应用与软件, 2006, 23(5): 137-139.
- [5] Schneider F. B., Andrews G. R., Concepts for Concurrent Programming [J], LNCS224, Springer2Verlag, 1985. 669~716
- [6] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization [A]. in: Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Neural Networks [C], Piscataway: IEEE Service Center, 1995, pp.1942 -1948.
- [6]彭晓波, 桂卫华, 黄志武, 等. GAPSO: 一种高效的遗传粒子混合算法及其应用[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(18): 5025-5027.